الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في القدس

COMMON ERRORS ON BASIC ALGEBRAIC CONCEPTS AND THINKING STRATEGIES ASSOCIATED WITH THESE ERRORS OF STUDENTS IN EIGHTH AND TENTH GRADES IN JERUSALEM

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

نيفين يوسف محمد ترهي

إشراف

الدكتور فطين مسعد

بيرزيت– فلسطين

2010

كلية الدراسات العليا

الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في القدس

COMMON ERRORS ON BASIC ALGEBRAIC CONCEPTS AND THINKING STRATEGIES ASSOCIATED WITH THESE ERRORS OF STUDENTS IN EIGHTH AND TENTH GRADES IN JERUSALEM

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة

نيفين يوسف محمد ترهي

قدمت هذه الأطروحة استكمالاً لمتطلبات درجة الماجستير في التربية من كلية الدراسات العليا

جامعة بيرزيت– فلسطين

كلية الدراسات العليا

الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في القدس

COMMON ERRORS ON BASIC ALGEBRAIC CONCEPTS AND THINKING STRATEGIES ASSOCIATED WITH THESE ERRORS OF STUDENTS IN EIGHTH AND TENTH GRADES IN JERUSALEM

رسالة ماجستير مقدمة من الطالبة:

نيفين يوسف محمد ترهي

إشراف:

د. فطين مسعد (رئيساً)

د. ماهر الحشوة (عضواً)

د. خولة شخشير– صبري (عضواً)

كلية الدراسات العليا

الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في القدس

COMMON ERRORS ON BASIC ALGEBRAIC CONCEPTS AND THINKING STRATEGIES ASSOCIATED WITH THESE ERRORS OF STUDENTS IN EIGHTH AND TENTH GRADES IN JERUSALEM

إعداد: نيفين يوسف ترهي

نوقشت بتاريخ: 2010/4/29

اللجنة المشرفة	التوقيع
الدكتور فطين مسعد، رئيساً	
الدكتور ماهر الحشوة، عضواً	
الدكتورة خولة شخشير – صبري، عضواً	

الإهـداء

إِلى أَبي وأُمي..... بكل ما تحمل هاتان الكلمتان مِن معانٍ

إِلى إِخوتي وَأَخواتي..... الّذين طالما انتظروا هذه اللحظات

إِلى كل من علمني حرفاً ..... فالتقطتُ بفكره لآلئ المعرفة

إلى كل من بثّ فيّ العزيمة والمُضاء

أهدي ثمرة هذا الجهد

شكر وتقدير

أما وقد انتهى هذا العمل؛ فإنني أحمد الله عز وجلّ كثيراً الذي وفقني إليه، وأغتنم هذه اللحظات كي أتقدم بجزيل الشكر وعظيم الامتنان لمشرفي الدكتور فطين مسعد على ما أبداه من رعاية لهذا العمل، حيث كان لتوجيهاته القيّمة ومتابعته المتميزة لما تم إنجازه أول بأول، الأثر الكبير في إخراج هذا العمل إلى حيّز الوجود بصورته الحالية.

كما لا يسعني إلا أن أتقدم بجزيل الشكر وخالص التقدير والامتنان إلى كل من الدكتور ماهر الحشوة والدكتورة خولة الشخشير– صبري، اللّذين شرفاني بجهدهما في مناقشة هذه الرسالة، وما قدماه من ملاحظاتٍ قيّمةٍ في متابعة تقدم هذا العمل.

وإن أنسى؛... لا أنسى شكرَ جميع أعضاء الهيئة التدريسية دون استثناء لما بذلوه وما زالوا يبذلون من جهودٍ متواصلة في سبيل إنشاء جيل واعٍ ومثقَّف قادرٍ على البحث والإبداع.

ولا يفوتني أن أشكر لجنة المحكمين، ومديري التربية والتعليم ومديري المدارس، وجميع المدارس التي تم تطبيق الدراسة فيها – سواء للدراسة الاستطلاعية أم للتطبيق الفعلي– على ما قدموه من تعاون؛ الأمر الذي ساعد في تيسير هذه الدراسة.

كذلك، يتوجب عليَّ توجيه الشكر الجزيل إلى مديرة المدرسة الآنسة جهاد علان لمساندتها الدائمة والمستمرة لي أثناء تطبيق دراستي.

وواجب الوفاء والاعتراف بالجميل يقتضي أن أتقدم بالشكر الجزيل إلى أسرتي الغالية: أبي الذي ما برح يزرع الصبر في نفسي، أُمي التي ما سكنت دعواتها لي في ليلها ونهارها، أخواتي وإخوتي الّذين لم يتوانوا لحظة في مساعدتي وتشجيعي على المضي قدماً في سبيل إخراج هذه الدراسة إلى حيّز الوجود،... شكري الجزيل لكم جميعاً يا من منحتموني من جهدكم ووقتكم الشيء الكثير.

ولا أنسى أن أتقدم بالشكر إلى جميع العاملين في المكتبات، وأخص بالذِّكر "مكتبة القطان للبحث والتطوير التربوي"، وأشكر رحاب بزار على تعاونها، كما وأتقدم بالشكر لجميع الصديقات اللّواتي وقفن إلى جانبي وأخص بالذكر وفاء حامدة.

إلى هؤلاء جميعاً أُقدم خالص شكري وتقديري.

قائمة المحتويات

الموضوع	رقم الصفحة
الإهداء	أ
شكر وتقدير	ب
قائمة المحتويات	ث
قائمة الجداول	خ
قائمة الأشكال	ذ
قائمة الملاحق	ر
ملخص الدراسة بالعربية	س
ملخص الدراسة بالإنجليزية (Abstract)	ض
الفصل الأول: مشكلة الدراسة وأهميتها	**1- 14**
المقدمة	1
مشكلة الدراسة	6
أهداف الدراسة	7
أسئلة الدراسة	8
أهمية الدراسة ومبرراتها	8
مسلمات الدراسة	10
محددات الدراسة	10
تعريف مصطلحات الدراسة	11
الفصل الثاني: الخلفية النظرية والدراسات السابقة	**15-79**
الخلفية النظرية	15
الدراسات السابقة	19
أولاً– الأخطاء الشائعة	20
ثانياً– تصنيف الأخطاء في الرياضيات	27

الموضوع	رقم الصفحة
ثالثاً- دراسات حول الأخطاء الشائعة في موضوعات متنوّعة من الرياضيات	35
رابعاً- دراسات حول صعوبات الطلبة في الجبر والأخطاء الشائعة وتحليلها لديهم في المفاهيم الجبرية الأساسية	45
خامساً- دراسات حاولت التعرف على استراتيجيات التفكير التي يجريها الطلبة والمصاحبة لأخطاء شائعة عند حل المسائل الجبرية	64
ملخص الدراسات السابقة	78
الفصل الثالث: إجراءات الدراسة	**95-80**
منهج الدراسة	80
مجتمع الدراسة	80
عينة الدراسة	81
أدوات الدراسة	83
أولاً- الاختبار التشخيصي	83
بناء الأداة	84
صدق الاختبار	86
ثبات الاختبار	87
تصحيح الاختبارين وترميزهما	88
ثانياً- المقابلات الفردية	89
هدف المقابلة	89
خطوات إجراء المقابلة	90
صدق المحتوى للمقابلة	91
ثبات المقابلة	91
إجراءات الدراسة	92
المعالجة الإحصائية	94

الموضوع	رقم الصفحة
الفصل الرابع: نتائج الدراسة	**96 -144**
السؤال الأول: ما الأخطاء الشائعة وما هي أنماط تكرارها عند كلٍ من طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية؟	96
السؤال الثاني: ما استراتيجيات التفكير التي يستخدمها طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر والمصاحبة لأخطائهم في المفاهيم الجبرية الأساسية؟	110
السؤال الثالث: ما مدى تمسك طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر بهذه الأخطاء الشائعة عند تقديم نفس المسائل أو مسائل مشابهة مرة أخرى؟	131
ملخص النتائج	142
الفصل الخامس: تفسير ومناقشة النتائج والتوصيات	**145-161**
مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول	145
مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني	151
مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث	154
نقاش عام	155
التوصيات	159
المراجع	**162-188**
المراجع بالعربية	162
المراجع بالإنجليزية	173
الملاحق	**189-252**
• **ملحق رقم 1- الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها**	190
• **ملحق رقم 2- الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية ومرفقاته**	198
• **ملحق رقم 3- المقابلة وإجراءاتها**	220
• **ملحق رقم 4- إجابات الطلبة على أسئلة الاختبار**	236

قائمة الجداول

رقم الجدول	العنوان	الصفحة
2- 1	استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في تبسيط المقدار الجبري 3(س+2ص) (Samo, 2009)	66
2 -2	استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في إيجاد قيمة متغير (Egodawatte, 2008)	71
3 -2	استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في إيجاد مساحة المستطيل (Egodawatte, 2008)	73
4 -2	استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في إيجاد مساحة المستطيل (Samo, 2009)	73
5 -2	استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في تحويل المسألة الكلامية إلى لغة جبرية (Egodawatte, 2008)	75
1 -3	توزيع مجتمع الدراسة من حيث أعداد المدارس والشعب والطلبة حسب جهة الإشراف	81
2-3	توزيع عينة الدراسة شعب العينة حسب الصف وجهة الإشراف	82
3-3	توزيع طلبة عينة الدراسة حسب المدرسة وجهة الإشراف وعدد الطلبة وعدد الشعب للصف الثامن الأساسي	82
4-3	توزيع طلبة عينة الدراسة حسب المدرسة وجهة الإشراف وعدد الطلبة وعدد الشعب للصف العاشر الأساسي	83
5-3	توزيع الطلبة الذين تم مقابلتهم حسب الصف وجهة الإشراف	90
1-4	المتوسط الحسابي للنسب المئوية لبنود الأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية	97
2-4	النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء المفاهيمية الجبرية الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار	100
3-4	النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع أخطاء التعميمات الجبرية الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار	102
4-4	النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء الإجرائية الجبرية الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار	105

رقم الجدول	العنوان	الصفحة
5-4	النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء المتنوّعة الأخرى الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار	107
6-4	المتوسط الحسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار	108
7-4	المتوسط الحسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في الأسئلة المشتركة في حل الاختبار	108
8-4	المتوسط الحسابي للنسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة للأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في الاختبار والمقابلة	132

قائمة الأشكال

رقم الشكل	العنوان	الصفحة
1-2	تمثيل (Mark) للكسر 3/ س (Oksuz & Middleton, 2007)	67
1-4	النسب المئوية للأخطاء الشائعة التي وقع فيها الطلبة في الإجابة على الاختبار (أ) في المفاهيم الجبرية الأساسية حسب الصف	99
2-4	النسبة المئوية لأصناف أخطاء الطلبة الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية حسب الصف	109

قائمة الملاحق

رقم الملحق	العنوان	الصفحة
1	**الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها**	**197-190**
1- أ	المفاهيم الجبرية الأساسية	191
1- ب	قائمة الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها	193
2	**الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية ومرفقاته**	**219 -198**
2- أ	كتاب تحكيم أدوات الدراسة	199
2- ب	الاختبار كما قدم للطلبة	201
2- ج	الإجابات الصحيحة للاختبار	213
2- د	الموافقة على تطبيق الدراسة الميدانية	219-216
2- د-1	موافقة وزارة التربية والتعليم العالي	217
2- د-2	موافقة مدير التربية والتعليم في محافظة القدس	218
2- د-3	موافقة مدير برنامج التعليم في وكالة الغوث الدولية	219
3	**المقابلة وإجراءاتها**	**235 -220**
3- أ	خطوات إجراء المقابلة	221
3- ب	نماذج مقابلة الطلبة	235 -222
4	**إجابات الطلبة على أسئلة الاختبار**	**252-236**
4- أ	النسب المئوية لإجابات طلبة الصفين الثامن والعاشر الخاطئة حول أسئلة الاختبار التشخيصي مرتبة تنازلياً بالنسبة للصف الثامن	237
4- ب	النسب المئوية لبنود الأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية	239
4-ج	أنواع الأخطاء الشائعة ونسبتها المئوية التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية	242

رقم الملحق	العنوان	الصفحة
4- د	النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين العاشر والثامن في الاختبار (أ) والمقابلة	249
4-هـ	النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصف العاشر في الجزء الثاني من الاختبار (ب) والمقابلة	251

ملخص الدراسة

الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في القدس

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية وأنماط تكرارها في كل من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، كما هدفت إلى التعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء، إضافة إلى التعرف على مدى ثبات هذه الأخطاء لدى الطلبة عند حل نفس المسائل أو مسائل مشابهة مرة أخرى. وبعبارات محددة، حاولت الدراسة الإجابة على الأسئلة الآتية:

1- ما الأخطاء الشائعة وما هي أنماط تكرارها عند كلٍ من طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية ؟

2- ما استراتيجيات التفكير التي يستخدمها طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر والمصاحبة لأخطائهم في المفاهيم الجبرية الأساسية ؟

3- ما مدى تمسك طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر بهذه الأخطاء الشائعة عند تقديم نفس المسائل أو مسائل مشابهة مرة أخرى ؟

اتبع في هذه الدراسة المنهج الكمي والكيفي، أما عينة الدراسة فتكونت من 529 طالباً وطالبة من 20 شعبة من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين.

استخدمت أداتان للإجابة على أسئلة الدراسة: (1) تم بناء اختبار مقالي من قِبَل الباحثة في المفاهيم الجبرية الأساسية، أحدهما للصف الثامن والآخر للصف العاشر، (2) إجراء مقابلات فرديّة مع 10 طلاب من الصف الثامن ومثلهم من الصف العاشر، حيث تم اختيارهم بطريقة عشوائية ممن أجابوا بطريقة خاطئة عن العديد من فقرات الاختبار.

هدفت المقابلات إلى التعرف بعمق على استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء شائعة، عند حل الطلبة لمسائل في المفاهيم الجبرية الأساسية، بالإضافة إلى معرفة مدى ثباتها.

أظهرت نتائج الدراسة وجود عددٍ كبيرٍ من الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية وقدّمت ذخيرة معرفية واسعة عن الأخطاء الجبرية الشائعة وأنماط تكرارها لدى الطلبة الفلسطينيين.

كان أكثر الأخطاء شيوعاً استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، والتطبيق الخاطئ لتعميمات أو إجراءات صحيحة، والخلط بين المفاهيم، واستخدام تعميمات جبرية خاطئة، بالإضافة إلى عدم إكمال الحل "الحل المنقوص".

لقد جاءت الأخطاء في صورة أربعة أنواع هي: أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، وأخطاء متنوّعة أخرى والتي سميت "أخطاء أخرى".

حيث كانت أعلى نسبة مئوية للأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف الثامن في الأخطاء المفاهيميّة، بينما لدى طلبة الصف العاشر في أخطاء التعميمات بفارق طفيف عن الأخطاء المفاهيميّة، وتعدّ الأخطاء الأخرى أقلها ظهوراً لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر.

كما وأظهرت النتائج أن أكثر من 75% من الطلبة الذين تمت مقابلتهم تمسكوا باستراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة، مما يُدلل على أن هذه الاستراتيجيات ثابتة بدرجة كبيرة ولها أصول عميقة في البنية المعرفية.

ولوحظ أن مستوى تمسك الطلبة بالاستراتيجيات الخاطئة كان مرتفعاً جداً لدى طلبة الصفين، وقد تراوح بين 50% إلى 100%، وقد وُجِد في بعض الحالات تغيير الطلبة للاستراتيجيات أثناء المقابلات وذلك بتقديمهم لاستراتيجيات حل صحيحة.

أوصت الباحثة بإجراء المزيد من الدراسات من أجل الكشف عن الأسباب الكامنة وراء وجود هذا الكم الهائل من الأخطاء، ومعرفة طرق معالجتها.

ABSTRACT

Common Errors on Basic Algebraic Concepts and Thinking Strategies Associated with these Errors of Students in Eighth and Tenth Grades in Jerusalem

This study aimed at identifying common errors in basic algebraic concepts, and their patterns of occurrence in grades 8 and 10. It also aimed at identifying the thinking strategies associated with these errors and the extent to which these errors persist, when the same problems or similar problems are presented to children for the second time.

In specific terms, the study tried to answer the following questions:

1-What are the common errors and what are the patterns of their occurrence on basic algebraic concepts in grades 8 and 10?

2-What are the thinking strategies associated with these common errors in grades 8 and 10?

3-To what extent, do these common errors persist, upon presenting the same or similar problems for the second time?

In this study, both quantitative and qualitative methodologies were used. The sample consisted of 529 male and female students comprising 20 classes of grades 8 and 10.

Two instruments were used in answering the research questions: (1) A written test on basic algebraic concepts was constructed by the researcher, and consisted of two parts, one for grade 8 and the other for

grade 10; (2) Individual interviews for 10 students from each of grades 8 and 10 were performed. These were randomly selected from those who had common errors on several items of the test.

The aim of the interview was to find out what thinking strategies accompanying the common errors, were used by children in solving tasks on basic algebraic concepts. Moreover, the extent to which these errors are stable was explored.

Results of the study showed the existence of a large number of common errors on basic algebraic concepts, made by students in grades 8 and 10. The study provided extensive lists of common errors, and their frequencies on several algebraic concepts, made by Palestinian students. The most common errors were the use of incorrect characteristics of the algebraic system, or misapplication of correct principles or procedures, mixing between concepts, using incorrect generalizations, and performing incomplete solutions.

The common errors were classified into four categories: conceptual errors, errors of generalization, procedural errors, and other miscellaneous errors called “other errors”.

Conceptual errors ranked highest among the common errors in grades eight, while errors of generalizations ranked highest in grade ten, followed by conceptual errors. “Other errors” were the least in both grades 8 and 10.

Results showed that more than 75% of students who were interviewed persisted on using the same strategies, which led them to make the common errors.

It was concluded that the students' thinking strategies, which led to those errors, were deeply rooted in their cognitive structures. It was also noted that that the level of their persistence on giving the same incorrect strategies was very high in both classes, and ranged between 50% to 100%. In the few cases when students changed their strategies during the interview, they adopted a correct strategy or solution.

This study recommends conducting more research in order to explore reasons behind this huge number of errors, and find out methods of addressing them.

الفصل الأول

مشكلة الدراسة وأهميتها

المقدمة

يُعَدّ التقدم العلمي الهائل في مجالات الحياة، بمثابةِ أحد المدخلات الرئيسة التي تلقي بظلالها على مشارف هذا العصر، وهو من زاويةٍ أخرى أحد الدعائم في بنية الرصيد الاستراتيجي لحركة التنمية فيها، ومنذ أن أسدل التاريخ ستائره، واستهلت الحياة على هذه المعمورة، بدأ الإنسان يبحث ويخترع فكان للرياضيات الوقع الأكبر في حياة العالم، أنارت دروب العلم، ووسعت الآفاق، نهضت بالبشرية نحو مواكبة التطور العلمي والتقني المتسارعين (راشد وعيسى، 2009).

يزداد دور الرياضيات وأهميتها كونها مفتاحاً للعلوم الأخرى، حيث أشار بيل (Bell, 1996) بأن الرياضيات ملكة جميع العلوم، فالتقدم في أي مجال من مجالات المعرفة غالباً ما يكــون مرتبطاً بمعرفة رياضية واسعة (عباس والعبسي، 2007)، لقد مهدت الطريق لتطور الفكــر البشري والذي توّج بالنتائج العلمية والعملية في العديد من المجالات (إبراهيم، 1997؛ أبــو عميرة، 2000؛ بل، 1989؛ عبيد، 2004).

لقد تطور أسلوب دراسة الرياضيات حيث أخذ شكل مسارات تفكيرية تمتد عبر الموضوعات المختلفة، فهناك ارتباط وثيق بينها يصعب فصله، فالجبر والحساب والهندسة لا تنفصل إلا ظاهرياً، ولكنها ترتبط جوهرياً وبإحكام بين مواضيعها، فإننا لا نستطيع تدريس الجبر بمعزل

عن الحساب والهندسة، حيث نجد أن علم الجبر قد امتزج أحياناً بالحساب، ولم تتم قواعده على أساس علم مستقل عن بقية العلوم الرياضية كالحساب والهندسة والفلك (راشد، 1989).

وتتميّز الرياضيات الحديثة بأنها أبنية محكمة يتصل بعضها ببعض اتصالاً وثيقاً مشكلاً بنياناً متيناً، لبناته الأساسية التأكيد على إكساب الطلبة المهارات الرياضية بشكل متوازن بالاعتماد الكبير على المفاهيم الرياضية (أبو زينة، 1990؛ عقيلان، 2000؛ هادي، 2005)، وقد تم تصنيف المعرفة الرياضية (البنية الرياضية) إلى أربع مكونات رئيسة هي المفاهيم والمصطلحات، والمبادئ والتعميمات، والخوارزميات والمهارات، والمسائل والتطبيقات ويُعتبر المفهوم حجر الأساس للبنية المعرفية الرياضية، ويأتي فوقه في السلم الهرمي التعميم والذي يحدد العلاقة بين مفهومين أو أكثر، ولا تتشكل المفاهيم والإجراءات بشكل مستقل عن بعضها، بل ترتبط بمفاهيم وإجراءات أخرى، كما أن كل بنية تحوي ما قبلها وترتكز عليها، فالمهارات الرياضية تحتوي على مفاهيم وتعميمات ومبادئ (بدوي، 2008؛ السلطاني، 2002؛ عباس والعبسي، 2007؛ عبد الهادي، 2001)، وحيث أن من الأهداف الرئيسة للعملية التعليمية – التعلمية مساعدة الطالب على نسج بنية مفاهيميّة سليمة تتسم بالترابط وصحة المفاهيم، من هنا يبرز دور المعلم بتقديم مفاهيم صحيحة، كما ويحرص على أن يحتل كل مفهوم جديد موقعاً مناسباً في البنية المفاهيميّة السابقة للطالب، بحيث يرتبط معها من خلال عمليتي التمثل والمواءمة (Piaget, 1976).

هذا ولم يقتصر اهتمام التربويين والمتخصصين بالرياضيات وأساليب تدريسها على تدريس المعرفة الرياضية فقط، بل اهتموا بمتابعة سير عملية التعليم، باستخدام أساليب التقويم، والتي لها دور في تحديد مقدار ما يتحقق من الأهداف التعليمية، وتعزيز عناصر القوة في العملية

التعليمية وإقرارها ومكافأتها، ومعالجة عناصر الضعف (الثغرات) لتحسين التدريس ورفع سويته ونوعيته (زيتون، 2005)، ومن واقع النتائج المتدنية في تحصيل الطلبة في موضوع الرياضيات، حيث كشفت نتائج بعض الدراسات التربوية في مجال تعلم وتعليم الرياضيات عن تدني مستوى تحصيل الطلبة في الرياضيات، إضافة إلى وجود ضعف في اكتساب المفاهيم، والتعميمات، والمهارات الأساسية في مراحل دراسية مختلفة في الرياضيات (أبو ريدة، 1993؛ أبو عواد، 2006). فأصبح هنالك اهتمام كبير بالأخطاء الموجودة لدى الطلبة والتي تتعلق بالأبنية الرياضية، حيث أجريت العديد من الدراسات والتي اهتمت بتحليل أداء المتعلمين في الرياضيات خاصة في مرحلة التعليم الأساسي (أبو عواد، 2006؛ البدور، 2005؛ السعيد، 2003؛ صوفان، 1995؛ الهزايمة، 2007)، وبسبب الأخطاء المفاهيميّة؛ فإنّ الكثير من الطلبة يعانون من صعوبة في تعلم الرياضيات كأحد المواد التعليمية المجردة، وصعوبة في إدراك الأفكار والمفاهيم التي يتم تقديمها والاستفادة منها (الحروب، 2002). ومن الأسباب التي تؤدي إلى انتشار الأخطاء الشائعة لدى الطلبة، افتقار الطلبة للمبادئ والمهارات الأساسية التي تساعدهم على مواصلة العملية التعليمية بصورة صحيحة، واستخدام المعلمين الأسلوب التقليدي في تدريس الرياضيات، وازدحام الطلاب بشكل كبير داخل الصفوف (النور، 2003). هذا وتنتمي الصعوبات الخاصة بالمفاهيم بشكل عام إلى فئتين رئيستين:

أولاً: الصعوبات الناجمة عن عوامل داخلية مثل العوامل المرتبطة بالنمو المعرفي والوجداني والاجتماعي للدارسين كأفراد (Clements, 1982).

ثانياً: الصعوبات الناجمة عن عوامل خارجة عن نطاق المتعلمين مثل المناهج غير الملائمة فهي لا تراعي الخلفيات المباشرة للطلبة، وقد لا تتماشى المفاهيم المطروحة مع المستويات الحقيقية للطلبة، ويمكن أن تتضمن نشاطات تعليمية لا يستطيع الطلبة تطبيقها، أو تضع توقعات عالية حول تعلم الطلبة الكثير من المفاهيم العلمية بسرعة، وقد تبنى المقررات الدراسية اعتماداً على المناهج الغربية دون أن تأخذ اختلاف الثقافات والإمكانات المادية والفنية بعين الاعتبار، كما أن اللهجات التي يستخدمها المعلمون تلعب دوراً في تكوين المفاهيم العلمية أو استيعابها لدى الطلبة (موريس، 1987).

ويعتبر الجبر جزءاً أساسياً في الرياضيات، فهو امتداد للحساب فالعمليات التي كان يجريها الطالب في المرحلة الأساسية الدنيا على الأعداد الصحيحة والكسور يجريها على الرموز والكميات الجبرية، ويرى الرياضيون المعاصرون الجبر نظاماً استدلالياً مجرداً يمكن تفسيره بطرق معينة تتسق مع مسلمات النظام (عفانة، 2002)، هذا وينظر إلى الأفكار الجبرية من خلال ثلاث رؤى مختلفة هي: الجبر كحساب معمم أو مجرد، واستكشاف خصائص الأعداد أثناء تطوير الحس العددي والحس الإجرائي في سنوات المدرسة الابتدائية يمكن أن يضع أساساً قوياً لنموه الشكلي، فمثلاً الأطفال يستكشفون السياقات التي تكون فيها الأشياء مرتبطة ببعضها البعض بشكل متضاعف هم الأكثر احتمالاً لتطوير مهارات التفكير التناسبي التي يغلب استخدامها في السياقات الجبرية، والمعلمون الذين يساعدون الطلبة على فهم الإجراءات المحددة للحساب بطرق متسقة مفاهيميّاً مع إجراءات الجبر المعممة يعطون الطلبة شبكات من الترابطات التي يمكنهم الاعتماد عليها عندما يبدؤون في الدراسة الشكلية للجبر، والجبر هو لغة الرياضيات وفهم اللغة ينطوي على فهم مفهوم المتغير وعبارات المتغير ومعاني الحلول،

وأخيراً غالباً ما ينظر إلى الجبر كأداة لدراسة الاقترانات والنمذجة الرياضية والتي بدورها تشكل سياقات لتطبيق الأفكار الجبرية (بدوي، 2008).

إنّ "الجبر للجميع" هدف يتمتع بإجماع بين مربي وصنّاع سياسة الرياضيات؛ كون الجبر يُعتبر بوابة إلى التعليم العالي، وليس هذا فحسب بل هو يعدّ بوابة العبور لفهم العالم الذي نعيش فيه، فهو يلعب دوراً أساسياً في الرياضيات ومختلف العلوم، ولا يقف الأمر في تعلم الطلبة للجبر إلى مجرد النجاح فيه، بل يتعدى ذلك في أنه مطلب أساسي تحتاجه الكثير من المهن مثل التجارة، وتتخذ على أساسه القرارات في الحياة (Steen, 1999)، ويَستخدم العلماء الجبر يومياً، وتعوّل المشاريع التجارية والصناعية عليه لحل الكثير من المعضلات التي تتعرض لها.

ويَكمن الهدف المزدوج للجبر في التطبيق التقليدي للعمليات الحسابية الأولية بصورة تعبيرات جبرية، ودراسة التعبيرات الجبرية بغض النظر عما تمثله؛ وذلك لكي نكون قادرين على تطبيق العمليات العامة المطبقة على الأرقام على تلك التعبيرات (ساردر وآخرون، 2002).

ويُعتبر الجبر أداة فعالة لممارسة التفكير لما له من لغة ومفاهيم وإجراءات تساعد الطلبة على التعبير عن الكثير من المواقف والنجاح في حل المشكلات، واستخدام الاستدلال لفحص العلاقات والأفكار الجبرية (NCTM, 1998) National Council of Teacher of Mathematics، بالإضافة إلى ذلك إن تطور المفاهيم والمهارات الجبرية، حيث تستخدم في مجالات واسعة ومتعددة في حل مسائل في مواقف وحالات مختلفة. أيضاً هذا الأسلوب يتمم

ويوسع المحتوى الرياضي للجبر والمفاهيم الأساسية للجبر والهندسة من خلال الخبرة بالحلول الجبرية للمسائل في مجالات المحتويات الأخرى (NCTM, 1989).

ويُشكلّ الجبر ركناً أساسياً في مكونات منهاج الرياضيات الفلسطيني كما في غيره من المناهج في دول العالم. وقد أشارت معايير محتوى الرياضيات كما حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية (NCTM) عام 2000 فيما يتعلق بالجبر، بأن تمكن البرامج التعليمية المقدمة للطلاب من مرحلة رياض الأطفال وحتى الصف الثاني عشر من فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف والتراكيب الرياضية باستخدام الرموز الجبرية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وحل المتغيرات في سياقات مختلفة كما أن تعلم حل المعادلات يعتبر مدخلاً أساسياً في دراسة الرياضيات في المراحل الدراسية العليا (NCTM, 2000).

مشكلة الدراسة

أشارت نتائج امتحانات التحصيل الوطنية في فلسطين، الصادرة عن مركز القياس والتقويم في وزارة التربية والتعليم العالي، وتلك الصادرة عن وكالة الغوث أيضاً، إلى تدني مستوى تحصيل طلبة الصفين الرابع والثامن الأساسيين في الرياضيات (وزارة التربية والتعليم، 2006)، كذلك تدني مستوى تحصيل طلبة الصف الثامن في اختبار الرياضيات للعام 2000/1999 حيث بلغت نسبة النجاح 15.9% (وزارة التربية والتعليم، 2007).

ورغم الاتفاق بين أوساط الباحثين على أن الجبر هو جزء هام وحيوي من الرياضيات وتعلّمها، إلا أن أداء الطلبة في الجبر متدنٍ، حيث كشفت منشورات دائرة القياس والتقويم في وزارة التربية والتعليم العالي فيما يتعلق بدراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم

(TIMSS, 2007) Trends In International Mathematics and Science Study أن نتائج الطلبة الفلسطينيين جاءت على غير المتوقع، حيث ظهر تراجع وذلك بمقارنة متوسطات التحصيل بين دراستي TIMSS 2007 و2003، حيث بلغ متوسط أداء الطلبة في الجبر(392) علامة في حين بلغ المتوسط الدولي لأداء الطلبة فيه (467) علامة (TIMSS, 2003)، وفي نفس السياق تفاقم الوضع سوءاً حيث انخفض متوسط أداء الطلبة في الجبر ليبلغ (382) علامة في حين كان المتوسط الدولي لأداء الطلبة في الجبر (463) علامة (TIMSS, 2007).

لذا تحددت مشكلة الدراسة في الكشف عن الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية، ومعرفة مدى تكرارها لديهم، ووصف استراتيجيات التفكير التي يمارسها الطلبة المصاحبة للأخطاء في حل هذه المسائل الجبرية، ومعرفة مدى تمسكهم بهذه الاستراتيجيات، وملاحظة أي تطورات أو أنماط في تغير هذه الأخطاء من الصف الثامن إلى الصف العاشر.

أهداف الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية وأنماط تكرارها في كل من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، كما هدفت إلى التعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء من خلال وصف الطلبة لطريقة حل هذه المسائل الجبرية، والتي أدت إلى الوقوع في الخطأ، إضافة إلى التعرف على مدى تمسك الطلبة بالأخطاء الشائعة عند حل نفس المسائل مرة أخرى، وعند حل مسائل مشابهة للمسألة الأصلية.

أسئلة الدراسة

بشكل محدد فإن هذه الدراسة حاولت الإجابة على الأسئلة التالية:

1- ما الأخطاء الشائعة وما هي أنماط تكرارها عند كلٍ من طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية ؟

2- ما استراتيجيات التفكير التي يستخدمها طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر والمصاحبة لأخطائهم في المفاهيم الجبرية الأساسية ؟

3- ما مدى تمسك طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر بهذه الأخطاء الشائعة عند تقديم نفس المسائل أو مسائل مشابهة مرة أخرى ؟

أهمية الدراسة ومبرراتها

تتبلور أهمية هذا الموضوع في أن الصعوبات في المفاهيم الجبرية الأساسية قد تسبب ضعفاً في متابعة موضوعات متقدمة، بخاصة أن الموضوعات مبنية بشكل هرمي كموضوع الجبر، حيث تعدّ أساساً لفهم الهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل وغيره من موضوعات الرياضيات، كما أن وزارة التربية والتعليم العالي الفلسطينية تسعى في هذا الوقت أيضاً لتطوير المناهج ومنها الرياضيات مما قد يساهم في إعادة النظر في بعض المفاهيم الرياضية المتعلقة بالمفاهيم الجبرية الأساسية من حيث وقت وطريقة عرضها وتسلسلها.

هذا ويوصي المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة NCTM من خلال مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية والتي نشرت عام 2000 إلى أن الطالب بعد الانتهاء من صفوف الرياضيات المتوسطة يجب أن يكون قد اكتسب كميات معقولة من الجبر، وربط

مادتي الجبر والهندسة كموضوعين متداخلين في بعضهما البعض وفي مواضيع أخرى في المنهاج، ويتوقع أن تكون لدى الطلاب الخبرة في التمثيلات الهندسية للأفكار الجبرية والتمثيل الجبري للأفكار الهندسية، وأن يربطوا الأفكار الجبرية والهندسية بمواضيع أخرى مثل تفسير النسب المئوية بنماذج بصرية أو معادلات، كما يجب على الطلاب أن يكتسبوا فهم أعمق للتناسب إذا تم تطويره استناداً إلى أفكار جبرية مثل العلاقات الخطيّة، ويمكن تدريس الكثير من الأفكار الجبرية من خلال الإحصاء والأعداد والقياس (NCTM, 2000).

كذلك البحث في استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء من خلال وصف الطلبة لطريقة حلهم للمسائل الجبرية والتي أدت للوقوع في الخطأ، إضافة إلى التعرف على مدى تمسك الطلبة باستراتيجيات الحل التي أدت إلى هذه الأخطاء.

وعليه فإن أهمية هذه الدراسة تنبع من كونها إحدى الدراسات القليلة التي أجريت في الأراضي الفلسطينية حسب علم الباحثة، والتي تلقي الضوء على تحليل وتصنيف للأخطاء الشائعة التي يرتكبها طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية، ويمكن أن يعطي ذلك صورة جلية عن طبيعة هذه الأخطاء، واستراتيجيات التفكير لدى الطلبة عند حل مسائل جبرية، وهذا بدوره قد يساعد المشرفين والمعلمين على وضع برامج علاجية لمعالجة مثل هذه الأخطاء عند الطلبة، وربما تساعد هذه الدراسة المختصين في تصميم المناهج لتطوير موضوع المفاهيم الجبرية الأساسية.

مسلمات الدراسة

استندت هذه الدراسة على المسلمات التالية:

- أدوات الدراسة تتسم بالصدق والثبات.
- جميع الطلبة الذين أجريت عليهم الدراسة قد درسوا موضوعات الجبر، وتم التأكد من صحة ذلك قبل تطبيق الاختبار.
- إجابات أفراد العينة على الاختبار والمقابلات هي إجابات صادقة.
- وجود صعوبة في تصنيف بعض الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية إلى أخطاء مفاهيميّة وإجرائية، بسبب التداخلات بين هذين الصنفين أحياناً.

محددات الدراسة

تم تعميم نتائج الدراسة ضمن المحددات الآتية:

1. اقتصرت الدراسة على عينة عشوائية بسيطة من طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر في المدارس الحكومية التابعة لمديرية القدس ومدارس وكالة الغوث الدولية في القدس الشرقية، وعليه فإن تعميم النتائج يقتصر على مجتمع هذه العينة.

2. اقتصرت الدراسة على مدارس القدس الشرقية.

3. تم إجراء الدراسة في الفصل الأول من العام الدراسي 2009– 2010.

4. اعتمدت النتائج التي تم الحصول عليها من تطبيق الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية، وعلى المقابلات الفردية من إعداد وتطوير الباحثة وهي من الأدوات المقننة؛ لهذا فإن النتائج اعتمدت على مدى صدقها وثباتها.

5. تحدد موضوع الدراسة في الكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية، والكشف عن استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء.

تعريف مصطلحات الدراسة

فيما يأتي تعريف بالمصطلحات الواردة في هذه الدراسة.

الخطأ الشائع

هو الخطأ الذي يتردد ويتكرر بين كثير من الطلبة، ويكون مشتركاً بينهم وتم تحديده عند كثير من الباحثين، فحدده البعض بنسبة 15% فأكثر (ضبابات، 1999)، وحدده باحث آخر بنسبة 25% فأكثر (أحمد، 1994)، هذا ولقد اقترن مفهوم الخطأ الشائع بوضع نسبة مئوية معينة اختلف الباحثون في تحديدها من دراسة إلى أخرى.

ويُعرّف الخطأ الشائع إجرائياً خلال هذه الدراسة بالإجابة الخاطئة التي يقع فيها 20% فأكثر من أفراد العينة.

استراتيجية الحل

مصطلح "استراتيجية" هو مرادف عربي للكلمة الانجليزية Strategy المأخوذة عن أصل إغريقي لكلمة Strategia، وتعني نوعية التحرك الذهني الذي يعالج به الطالب المشكلة من خلال خطة وخطوات تمكنه من الوصول إلى الحل (عبيد، 2004).

تُعرّف الاستراتيجية إجرائياً في هذه الدراسة بأنها طريقة التفكير للوصول للحل.

المفهوم

تصور عقلي أو تكوين ذهني للتصنيف الذي تنطوي تحته الأمثلة الدالة عليه على أساس السمات المشتركة، والمميزة لهذه الأمثلة، ويتم التعبير عنها بلفظ أو رمز (أبو زينة، 2003؛ سعادة واليوسف، 1988).

المفاهيم الجبرية الأساسية

هي المفاهيم الأولية والتي تشكل أساساً لبنى جبرية أكثر تعقيداً، وتشمل المفاهيم التي ترد في الكتب المقررة في منهاج الرياضيات الفلسطيني للصفوف من السابع إلى التاسع والتي تتضمن بصورة مختصرة العمليات على المقادير الجبرية، وتحليل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية، وحل المعادلات الخطيّة والتربيعيّة بمتغير واحد، وحل المتباينة الخطيّة بمتغير واحد، ويبين الملحق (1- أ) المفاهيم الجبرية الأساسية.

الأخطاء المفاهيميّة

هي أخطاء لا يمكن أن تصحح بالتدقيق السريع؛ لأنها ناتجة عن عدم فهم القاعدة الرياضية المطلوبة أو الإجراءات أو المعادلات (أبو عواد، 2006)، وهي عموماً أفكار معقولة ومناسبة في بعض السياقات المحدودة، ولكن الطلبة يطبقونها بشكل غير مناسب في مواقف لا تنطبق عليها هذه الأفكار (Anderson, 1989)، أي لا تتفق مع الفهم العلمي الصحيح الذي كونه العلماء والخبراء (خطايبة، 2005).

ويُعرّف الخطأ المفاهيمي إجرائياً في هذه الدراسة بأنه الخطأ في المفاهيم الجبرية الأساسية التي يمتلكها الطلبة، والمتضمنة في مقرر الرياضيات للصفوف من السابع إلى التاسع، ويشمل أخطاء ناتجة عن الخلط بين المفاهيم، وأخطاء ناتجة من عدم ألفة الطالب بالتعامل مع الإشارات والرموز الجبرية، وأخطاء ناتجة من استحداث قواعد ليس لها أساس رياضي، ويُقاس في هذه الدراسة باستجابة الطلبة على الاختبار التشخيصي وتم التأكد من ثباتها باستخدام المقابلة.

التعميم الرياضي

هو جملة خبرية تحدد العلاقة بين مفهومين أو أكثر من المفاهيم الرياضية (عبيد، 2004)، في معظمها عبارات تم برهنتها، أو استنباطها واكتشافها كالنتائج والنظريات والقوانين، أو عبارات قُبِلَت صحتها دون برهان مثل المسلمات والبديهيات (عبد الهادي، 2001؛ عريفج وسليمان، 2005).

أخطاء التعميمات

هي عبارة عن أخطاء ناتجة من تعميمات خاطئة لبعض القواعد الجبرية، ومن أمثلتها أخطاء في قانون توزيع الضرب على الجمع، وأخطاء في إيجاد مفكوك مربع مجموع حدّين جبريين.

الإجراء

أداء عقلي يتمثل في القيام بخوارزميات تستخدم في حل مسائل ومشكلات، وتعتبر جزءاً من محتوى المادة، ومن أمثلتها تحليل مقدار جبري، وحل معادلة (عبيد، 2004).

وتُعرّف الإجراءات الجبرية إجرائياً في هذه الدراسة بأنها العمليات الجبرية، لإيجاد ناتج جمع وطرح وضرب وقسمة مقادير جبرية، وحل المعادلات الخطيّة بمتغير واحد، وضرب الكسور الجبرية، وحل نظام من المعادلات الخطيّة بمتغيرين بعدة طرق، وحل المعادلات التربيعية بمتغير واحد بطرق مختلفة.

الأخطاء الإجرائية

هي أخطاء ناتجة عن أداء عقلي يتمثل في القيام بخوارزميات غير صحيحة تستخدم في حل مسائل ومشكلات (O'Connell, 1993)، ومن أمثلتها أخطاء في طرح حديّن جبريين، وأخطاء في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد.

ويُعرّف الخطأ الإجرائي إجرائياً في هذه الدراسة بأنه الخطأ في العمليات الجبرية الأساسية التي يستخدمها الطلبة في حل مسائل ومشكلات جبرية، ويُقاس في هذه الدراسة باستجابة الطلبة على الاختبار التشخيصي وتم التأكد من ثباتها باستخدام المقابلة.

أخطاء متنوّعة أخرى

هي عبارة عن أخطاء عرضية تحدث في أثناء تعامل الطالب مع المفاهيم الجبرية الأساسية، نتيجة عدم التركيز أو الانتباه للرموز والإشارات أو حتى الأعداد، وقد تكون ناتجة عن تخمين الطالب للإجابة، وحتى قد تأتي نتيجة استخدام الطالب لبعض التعميمات الخاطئة لبعض القواعد السابقة واستخدامها في غير مكانها، كما أن هذه الأخطاء يصعب تفسيرها أو التنبؤ بها.

الفصل الثاني

الخلفية النظرية والدراسات السابقة

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية وأنماط تكرارها في كل من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، والتعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء، إضافة إلى التعرف على مدى ثبات هذه الأخطاء الشائعة عند حل نفس المسائل والمسائل المشابهة، وللوقوف على أهم ما تناولته أدبيات الدراسة ذات العلاقة بموضوع الدراسة، وقد تم تنظيم عرض الخلفية النظريّة والتي تضمنت نظريتين من نظريات تفسير الأخطاء هما نظرية التعديل (Repair Theory)، ونظرية التعميمات الخاطئة (Mis-generalization Theory).

الخلفية النظرية

لقد بحث علماء الإدراك في تفسير أخطاء الطلبة الإجرائية في الرياضيات ومن أشهرها نظرية التعديل (Repair theory) لبراون وفان لين (Brown & VanLehn, 1980)، ونظرية التعميمات الخاطئة (Mis-generalization theory) لسليمان (Sleeman, 1984a, 1984b).

نظرية التعديل (Repair Theory)

نظرية التعديل هي محاولة لتوضيح كيف يتعلم الناس المهارات الإجرائية مع إيلاء اهتمام خاص لكيفية وسبب ارتكاب الأخطاء، حيث تعدّ إحدى نظريات توليد الأخطاء (Generative theory of bugs) القائمة على مجموعة من الإجراءات الفوقية

(meta-actions) غير الكاملة من خلال تطبيق مبادئ الحذف على تمثيلات رسمية للإجراء الصحيح، عندما يواجه المتعلم موقفاً غير مألوف له أثناء أدائه مهمة، والتي توصله إلى طريق مسدود، حيث يحاول إيجاد طريقة معروفة وتطبيقها على المهمة بطريقة خاطئة فبعض التعديلات تؤدي إلى نتائج صحيحة في حين أن الجزء الآخر يولد نتائج غير صحيحة.

ويمكن القول أن مجموعة المبادئ والعمليات تترجم بنظرية توليد الأخطاء وهذا ما يوضحه الرسم التخطيطي:

Systematic errors ⟶ Bugs ⟶ Generative theory of bugs

وتتكون نظرية توليد الأخطاء من جزئين إحداهما إنشاء إجراءات غير كاملة، والأخرى إنشاء التعديل والذي يؤدي إلى طريق مسدود.

وقد تم تطوير نظرية التعديل من خلال دراسة واسعة على الأطفال أثناء حلهم لمسائل حسابية (Brown & Vanlehn, 1980)، كما تم العثور على أنواع كثيرة من الأخطاء أثناء حلهم لمسائل الطرح البسيطة، حيث تبين حدوثها بطريقة منهجية، والتي لا يمكن الخلط بينها وبين الهفوات بسبب تكرارها بانتظام في حل طالب معين (Norman, 1981).

وتفترض هذه النظرية أن الناس يتعلمون بشكل أساسي المهمات الإجرائية بالاستقراء (induction) وتحدث الأخطاء بسبب التحيزات التي تقدم من الأمثلة (على العكس من الأخطاء في حفظ الصيغ أو التعميمات)، حيث يقوم المتعلم بتوسيع الإجراءات لتغطي أمثلة أخرى بطريقة خاطئة (Brown & Vanlehn, 1980).

عند تقديم المسألة 365−109=؟ لطالب قد تعلم الطرح بمنزلتين من الأرقام، فإنه يُنشئ قاعدة جديدة للاقتراض من العمود الأيسر، خلافاً لمسألة طرح رقمين من منزلتين، فالمتاخمة

لليسار وأقصى عمود لليسار وبطريقة معينة يصل إلى طريق مسدود، وللخروج مـــن هـــذا المأزق، فإن الطالب يحاول تعديل القاعدة الحالية (دوماً- اقتراض- اليسار) بجعله يقتـــرض من مجاور اليسار دائماً، بدلاً من ذلك يستطيع الطالب القفز على الاقتراض وينتج خطأ مختلفاً (Vanlehn, 1990).

نظرية التعميمات الخاطئة (Mis-generalization Theory)

"Incorrect new learning is mostly the result of previous correct learning"

(Alwyn Olivier, 1989)

ترى هذه النظرية التي وضعها سليمان (Sleeman, 1984a) بأن بعض الأخطاء تنتج عندما يستنتج الطالب عدة قواعد متسقة مع المثال؛ ولكنها ليست القاعدة الصحيحة (mal rules) وتظهر عندما يحل الطالب مسألة تحت شروط معينة. مثال ذلك ما أشار له إرلونجر (Erlwanger, 1973) فقد اعتمد الطالب (Benny) في الصف السادس في تعلم الكسور على التعلم الذاتي Individual Prescribed Instruction (IPI) حيث كان لديه خطأ أو خلل في تطبيق العديد من القواعد وظهر ذلك في جمع الكسرين، حيث قام بجمع البسطين وجمع المقامين، أي تعامل معها كأعداد صحيحة.

وقد وجدت نظرية التعميمات الخاطئة من خلال المقابلات أن أنمـــاط الأخطـــاء يمكـــن أن تصنف إلى أخطاء الإجراءات (Manipulative Errors) ففي إحدى المراحل الفرعية مـــن الحل يتم تغيير بعض القواعد الصحيحة من خلال عمليات غير ملائمة إما بالحذف أو الإهمال

لتصبح مختلفة عن القاعدة الصحيحة، ومن الأمثلة على ذلك عند نقل الأعداد للطرف الآخر من المعادلة فإن الطلبة يهملون إشارة العدد.

وبتحليل بعض مخططات إنتاج هذا النوع كما يظهر في تحليل هذه الخوارزمية:

عند حل المعادلة التربيعية $س^2 - 5$ س+6=0 ← (س−3)(س−2)=0 إما س−3=0 أو س−2=0، يميل بعض الطلبة إلى ارتكاب الخطأ التالي الناجم عن بناء بنى معرفية بالاستناد إلى معرفة مكتسبة سابقاً، وذلك بتعميم طريقة حل المعادلة السابقة على المسألة التالية $س^2 - 10$س+21 =12 لتحل هكذا (س−3) (س−7)=12 إما س−3=12 أو س−7=1 (Olivier,1989)، دون مراعاة ضرورة مساواة أحد الأطراف بالصفر عند الحل بهذه الطريقة.

ويظهر أيضاً عند تبسيط حل المعادلة س= $\frac{6}{4}$ بطريقة خاطئة هكذا س= $\frac{3}{4}$ أو س= $\frac{6}{2}$، حيث تم إنتاج قاعدة غير صحيحة وذلك بإيجاد العامل المشترك، ثم قسمة البسط عليه أو المقام وليس كليهما أي حذف خطوة أثناء الحل (Sleeman, 1984b).

الدراسات السابقة

تهدف هذه الدراسة إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية وأنماط تكرارها في كل من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، والتعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء، إضافة إلى التعرف على مدى ثبات هذه الأخطاء.

في هذا الفصل تم إلقاء الضوء على أبرز الدراسات السابقة ذات العلاقة بموضوع الدراسة، حيث تركزت جهود بعض الباحثين التربويين في الكشف عن أخطاء الطلبة في الرياضيات ولمختلف الصفوف، وذلك بتناولها جوانب متعددة منها ما جاء تحليلاً لأنماط أخطاء الطلبة في الرياضيات كالعمليات الحسابية، والجبر، والهندسة، والإحصاء والاحتمالات من جوانب مختلفة، ومنها ما جاء بهدف التعرف على أسباب تلك أخطاء ومصادرها، ووضع الخطط العلاجية للحدّ من هذه الأخطاء، والتي قد يكون لها علاقة بتدني التحصيل في الرياضيات، والضعف في اكتساب المفاهيم والتعميمات، والمهارات الأساسية في مراحل دراسية مختلفة، كما وجدت الباحثة بعض الدراسات التي تناولت الأخطاء الرياضية الأكثر شيوعاً لدى الطلبة على المستوى المحلي. وللوقوف على أهم ما تناولته الدراسات السابقة ذات العلاقة بموضوع الدراسة، تم تنظيم عرضها في خمسة محاور هي:

1- الأخطاء الشائعة من حيث ماهيتها، ومصادر تكوينها، وعلاقتها بالتصورات البديلـــة، وأساليب تشخيصها.

2- تصنيف الأخطاء في الرياضيات.

3- دراسات حول الأخطاء الشائعة في موضوعات متنوّعة من الرياضيات.

4- دراسات حول صعوبات الطلبة في الجبر والأخطاء الشائعة وتحليلها لديهم في المفـــاهيم الجبرية الأساسية.

5- دراسات حاولت التعرف على استراتيجيات التفكير التي يجريهـــا الطلبـــة والمصـــاحبة لأخطاء شائعة عند حل المسائل الجبرية.

أولاً- الأخطاء الشائعة

ازداد الاهتمام في السنوات الأخيرة بالبنية المعرفية للمتعلم، وما تتضمنه هـــذه البنيـــة مـــن تصورات خاطئة عن بعض المفاهيم قبل تعلمه لها، وتكشف دراسة الأدبيات التربوية الحديثة المرتبطة بتعلم وتعليم المفاهيم الرياضية عن إلغاء ما كان سائداً من افتراض قدوم الطالب إلى غرفة الصف وعقله صفحة بيضاء يتم حشوها وتشكيلها كما تريد المدرسة، هذا ما أشار لـــه تروبردج وبيبي وبويـــل (Trowbridge, Bybee & Powell, 2000)، ويـــرى برونـــر (Bruner) أن كل شخص حتى الطفل له طريقته الخاصة في رؤية العـــالم، ولـــه تفســـيره الخاص لهذه الرؤية.

تحفل أدبيات الدراسات والبحوث التربوية بالعديد من المسميات المختلفة التي أطلقت علـــى التصورات الخاطئة، للدلالة على عدم توفيق الطلبة في التعبير عن المفهوم العلمي (الرياضي) وتفسيره تفسيراً صحيحاً، يتفق مع الأسس المنطقية السليمة، ومن أبرز التسميات للتعبير عن الفهم غير السليم للمفاهيم العلمية:

المفهوم البديل (Alternative concept) وهي تسمية يدعمها البنائيون، وينشأ المفهوم البديل حسب تصورهم نتيجة الممارسة الواقعية والانخراط المباشر في العالم، والذي قد

يختلف كلياً أو جزئياً عن المفهوم العلمي الصحيح، وقد سمي بديلاً لعدم وجود مفهوم فريد يجعلنا نفهم موقفاً معيناً به، بل إنه من الممكن إيجاد عدد من المفاهيم كل منها يفسر موقفاً معيناً بشيء من النجاح (Hashweh, 1986)، إلا أن هذا المفهوم يكون بالنسبة للمتعلم نفسه منطقياً؛ لأنه يتفق مع تصوره المعرفي الذي تشكل لديه عن العالم من حوله (خطايبة، 2005)، ومن الباحثين من يفضل استخدام مصطلح المفاهيم البديلة باعتبار أنه أكثر تحديداً، حيث يصف مفاهيم واضحة محددة هامة لا تكون مرتبطة بشكل واضح بمجموعة أخرى من المفاهيم، حيث تكون أحياناً منطقية وصحيحة ضمن السياق الذي تؤخذ فيه، وقد تقود إلى مفاهيم علمية مثمرة، أما المتخصصون في تدريس الرياضيات فقد أصبحوا أكثر إدراكاً لدور التصورات المسبقة في إعاقة اكتساب الطلاب للمفاهيم العلمية؛ إلا أنه يندر وجود دراسات عن المفاهيم البديلة في الرياضيات كما هي في العلوم.

أما المفهوم الخاطئ (Misconception) هو من أكثر المصطلحات انتشاراً منذ تبنيه في الندوة الدولية عن التصورات الخاطئة في العلوم والرياضيات عام (1983) فقد استخدم مصطلح التصور الخطأ لوصف التفسير غير المقبول لمفهوم ما بواسطة المتعلم بعد المرور بنشاط تعليمي معين (زيتون ،2005)، وهو يشير إلى مجموعة المعارف والتصورات التي يمتلكها الفرد ويقوم باستخدامها والتي تتعارض مع الأفكار العلمية الصحيحة، وقد ينشأ هذا الفهم نتيجة التركيز على المحتوى التعليمي الذي يقدم للمتعلم، وإهمال الطرق والأساليب التي يقدم بها المحتوى، وهي دلالة واضحة على فكرة خاطئة، أو نموذج غير صحيح، وغالباً ما تشكل قيوداً على فهم المفاهيم المرتبطة بالنظريات الرسمية لموضوع معين (Blosser, 1987).

هذا وتختلف دلالة كلمة (Error) في اللغة الانجليزية عن كلمة (Slip) وإن كانتا تشتركان في المعنى للكلمة، وهي مخالفة الصواب، ولقد قارن أولفر (Olivier) بين الهفوات (Slips) والأخطاء (Errors) والمفاهيم الخاطئة (Misconceptions)، فالهفوات هي إجابات خاطئة بسبب العمليات غير المنتظمة، وتظهر بين الحين والآخر بسبب عدم الانتباه سواء من الخبراء أو المبتدئين، حيث يتم اكتشافها بسهولة ومعالجتها آنياً إذا أعطي الطلبة فرصة ثانية، بينما الأخطاء هي إجابات مخطط لها (منهجية) حيث تطبق بطريقة منتظمة في نفس الظروف، كما أنها انعكاس لتصدع في البنية الأساسية للمفاهيم لدى الفرد، فهي قائمة بالأساس على مبادئ ومعتقدات في البنية المعرفية ويطلق عليها أيضاً المفاهيم الخاطئة (Misconception) (Olivier, 1989)، ويرى بوراسي (Borasi, 1996) أن الأخطاء (Errors) هي النتائج التي لا تتفق مع التوقعات، والتي تتم بطريقة منهجية حيث تعدّ مثالاً لنمط شاذ، والتي تظهر في استجابة وطريقة تفكير الفرد في المواقف.

وتنظر النظرية البنائية (Constructivist Theory) بعمق إلى المفاهيم الخاطئة لبالغ أهميتها في التعلم والتعليم، حيث تشكل جزءاً من البنية المفاهيميّة للفرد والتي تتفاعل مع المفاهيم الجديدة، والتي غالباً ستؤثر بشكلٍ سلبي على التعلم الجديد (Duschl & Hamilton, 1992; Olivier, 1989)، وقد تستمر هذه السلسلة من الأخطاء حتى يصبح تفكير الفرد مشوشاً، مما يؤثر على بعض استنتاجاته على الأشياء التي سيبني عليها (الراشد، 2002). ويعد الخطأ أحد العوامل التي تؤدي إلى ظهور التصور البديل فوجود الخطأ يعني وجود تصور بديل كما يعني وجود صعوبة، أما وجود التصور البديل فلا يعني بالضرورة وجود خطأ وإنما قد يعني وجود صعوبة (بلطية، 2004)، أما المفاهيم الحدسية (Intuitive Concepts) فتنشأ من كونها تبدأ بسيطة في تكوينها، وتزداد تعقيداً مع تزايد

الخبرات التي يمر بها الطفل، ويحدث أثناء تنامي الخبرة والتفاعل بين الطفل وبيئته أن تتكون هذه المفاهيم والتي تتسم بالسذاجة، والبساطة، والافتقار للمعنى العلمي (خطايبة، 2005).

ولقد تأثرت النظريات المعاصرة عن طبيعة تكوين المفاهيم تأثراً كبيراً بأعمال العالم "جـــان بياجيه" حيث ركز على كيفية اكتساب المفاهيم في وقت محدد من عمر الطفل عـــن طريـــق تحليل الاستبطانات الكلامية للأطفال، ولقد قادت أعماله إلى تحليل وصفي لنمو مفاهيم أساسية طبيعية ومنطقية ورياضية، ودعا إلى ربط بناء المعرفة بالنمو المعرفي للإنسان منذ طفولته، حيث يؤكد أن الذكاء يتكون من عمليتين متداخلتين هما: التنظيم والتكيف. والنمو المعرفي ما هو إلا تغير في التراكيب العقلية والبنى المعرفية الموجودة. ويحدث هذا التكيف بوسيلتين هما التمثل (Assimilation) والذي يعدّ عملية عقلية مسئولة عن استقبال المعلومات ووضعها في تراكيب معرفية موجودة عند الفرد، دون إجراء أي تبديل في البنية المفاهيميّة الموجودة لديه، بينما المواءمة (Accommodation) وهي عملية عقلية مسئولة عن تعديل هذه التراكيب أو الأبنية المعرفية لتناسب ما يستجد من مثيرات (عريفج وسليمان، 2005؛ Olivier, 1989)، والتمثل والمواءمة عمليتان مكملتان لبعضهما وينتج عنهما تصحيح البنى المعرفية وإثراؤهـــا وجعلها أكثر قدرة على التعميم وتكوين المفاهيم.

هذا واهتم بياجيه بمعرفة كيف يتعلم جميع الأطفال تصحيح الأخطاء على هدى من تفكيرهم، فعملية إجابة الطفل على سؤال ما تفسر بملاحظة بنية هذه العملية وتطويرها عبر فترة زمنية تمتد عدة سنوات، فبمجرد وصف عملية التغير تشكل في حد ذاتها تفسيراً لهذه العملية.

وتنشأ المفاهيم العلمية الخاطئة عن سوء فهم للتعريفات العلمية، أو سوء فهم للعلاقات بين الأشياء وتتعلق بالدرجة الرئيسة بقضايا مادية، هذا وتلعب الخبرة الذاتية دورها عندما يستند

الفرد إلى فهمه الذاتي في تفسير ما يحدث والتنبؤ بحدوثه فهو يستجيب إلى خبراته الحسية لدى تشكيل البنى المعرفية وربما تكون نتيجة للتعلم الخطأ، وتميل بعض المفاهيم العلمية الصحيحة إلى التجريد مما يؤدي إلى صعوبة فهمها لدى بعض الطلبة (الزاغة، 2007).

كما أن معظم المفاهيم الخاطئة لدى الطلبة يمكن إرجاعها إلى استخدامهم لطرق خاصة يبتكرونها للحل، وإلى عدم الفهم الصحيح للرموز المستعملة في السؤال، وهذا ما أشار له بوث (Booth, 1982) وذلك بتحليل جانب من جوانب مشروع الاستراتيجيات، والأخطاء في الرياضيات للمرحلة الثانوية والذي هدف إلى الكشف عن بعض المفاهيم الخاطئة الرياضية المحددة، ومحاولة الكشف عن كيفية وصول الطلبة لهذه المفاهيم الخاطئة، حيث تناول مشروع المفاهيم للمرحلة الثانوية للرياضيات والعلوم مجالات مختلفة في الرياضيات مثل الجبر والأعداد والكسور العادية وغيرها.

وفي نفس السياق هناك أدلة تشير إلى دور الكتب المدرسية، وما تحويه من تكوين تصور خاطئ عند الطلبة عن طبيعة بعض المفاهيم العلمية، كما أن الاعتماد في تعلم المفاهيم العلمية وتعليمها على الحفظ الآلي له دور في تكوين الأخطاء عند الطلبة؛ وذلك بسبب نسيانها والخلط بينها، وتؤثر نوعية الاستعداد المتعلق بتعلم المفاهيم العلمية اللازمة لتعلم مفاهيم جديدة ذات صلة (زيتون، 2005).

لقد وجد العديد من الباحثين أن دراسة الأخطاء موضوع مثير للاهتمام، فكرّسوا جهودهم للكشف عن مصادر الأخطاء وذلك بجمع كم هائل من أخطاء المتعلمين (Even & Tirosh, 2002)، واستند الباحثون على مجموعة من الطرائق والأساليب للكشف عن الأخطاء المفاهيميّة، وتميز بعضها بسهولة التطبيق، مع قلة العمق والفاعلية في الكشف عن تلك

الأخطاء، وبعضها على العكس من ذلك، يحتاج وقتاً أطول في التطبيق والتفسير ولكنه يعطي نتائج فاعلة ودقيقة في الكشف عن الأخطاء، وفيما يلي بعض الطرق التي يمكن أن تستخدم للكشف عن الأخطاء المفاهيميّة:

1. خرائط المفاهيم (Concept Maps) وفيها يُقَدّم للطالب مجموعة من المفاهيم، ويطلب منه عمل خارطة مفاهيميّة لها (رسوم تخطيطية ثنائية البعد للعلاقات بين المفاهيم، ويتم التعبير عنها كتنظيمات هرمية متسلسلة لأسماء المفاهيم والكلمات الرابطة بينها).

2. التصنيف الحر (Free Sort Rank) يُقَدّم للطالب عددٌ من المفاهيم، ويطلب منه تصنيفها بأكثر من طريقة دون تحديد الوقت.

3. الاختبارات (Tests) وفيها يُعطى الطالب اختباراً للكشف عن الأخطاء المفاهيميّة، قد يحوي أسئلة من نوع الاختيار من متعدد أو من نوع المقال.

4. الرسم (Drawing) يتم تكليف الطلبة التعبير عن المفاهيم الموجودة عندهم حول موضوع معين بالرسم.

5. المقابلة (Interview) تتم بشكل فردي حيث يسأل الطالب عن مفهوم معين، ويتم تلقي إجابته وتفسير اختيار تلك الإجابة.

6. المناقشة الصفية (Classroom Discussion) وفيها يتاح للطالب التعبير عن أفكاره حول مفهوم ما في الصف، وتلقي آراء زملائه في الأفكار التي يطرحها.

7. المنظمات التخطيطية (Graphic Organizers) وهي استراتيجية بصـــرية لتنظـــيم المفاهيم، حيث يطلب من الطالب إبراز كيفية ارتباطها مع بعضها، ومن أمثلتها أشكال فن، وخرائط العقل، والخرائط العنكبوتية (أمبوسعيدي والبلوشي، 2009).

وفي سياق أكثر تحديداً يستطيع المعلمون تقديم سلسلة من المهمات للتعرف على الأخطـــاء المفاهيميّة الشائعة لدى الطلبة في الجبر، والتي تم تبنيها من (Mathematics Assessment Collaborative of the Valley Mathematics Initiative's Tools for Teachers) والتي تتضمن مهمة ركزت على العمل– عدم العمـــل (Doing-Undoing) كالعمـــل مـــع سلاسل العدد، وتوضيح طريقة التفكير الجبري، وهناك أيضاً مهمة بنـــاء القواعـــد لتمثيـــل الاقترانات من خلال سلسلة من أنماط المربعات وكتابة الصيغ التي تمثلها لاستخدامها في حل مسائل مشابهة، كما أن هناك مهمة ركزت على التجريد من الحساب يتم من خلالها اختبـــار العبارات إذا كانت صحيحة، وتقديم أمثلة تطابق الوصف، وتوضيح وتفســـير الاســـتنتاجات، وركزت إحدى المهمات على المتغير والاقتران، وذلك بتفسير البيانات من الأشكال (الرسوم البيانية)، واهتمت مهمة أخرى بالتساوي من خلال إيجاد حجوم أشكال باستخدام استراتيجيات بصرية لصياغة البيانات كتعبيرات جبرية (Foster, 2007).

وفيما يتعلق بالحديث عن معالجة الأخطاء، أظهرت بعض الدراسات مقاومة واضحة للمفاهيم الخاطئة للتغيير المفاهيمي (conceptual change) لدى المتعلمين؛ لكونها مفـــاهيم عمليـــة (إجرائية) تكونت نتيجة الاستعمال التلقائي (Duschl & Hamilton, 1992)، وعلى الرغم من أن الأخطاء التي تُعَدّ من الجوانب المهمة والتي تؤثر في تعلم الرياضيات، إلا أنهـــا لـــم تعطَ إلا بضعة تلميحات عن كيفية التعامل معها في الصـــف (Heinze & Reiss, 2007)،

منها عندما يجري تقديم المعلومات بشكل صحيح يوضح اللـــبس الـــذي يقـــع فيـــه المـــتعلم (الزاغة، 2007).

وتماماً كباقي المواضيع الأخرى، يمتلك الطلبة مفاهيم خاطئة في الرياضيات، تعوّق عملية التعلم، لأنها حبكت بإحكام من الطلبة، وهنا تقع المسئولية على معلميهم في توفير الخبرات الملموسة لمعالجة المفاهيم الخاطئة، ويعدّ القضاء عليها صعباً، ومجرد اللجوء إلى تكرار المعلومات أو تقديم دروس علمية لن يساعد، وإخبار الطلبة بأخطائهم لن يساعد أيضاً (Mestre, 1989)، وأفضل نهج كما يرى ويتزل التركيز على مناقشة المفهوم الخاطئ وذلك بتقديم الأسئلة التوجيهية بأسلوب استقرائي (Wetzel, 2008)، ويساعد الأسلوب الاستقرائي على تحويل الصف إلى منتدى لبعض المناقشات بين الطلبة الذين تختلف إجاباتهم، ويظهر دور المعلم هنا في طرح التساؤلات دون إعطاء الطلبة الإجابة الصحيحة وطلب الإجابة منهم، وبذلك يصبح التعليم أكثر أهمية وفاعلية، ويكون دليلاً يساهم في مساعدة الطلبة على التخلص من المفاهيم الخاطئة.

ثانياً- تصنيف الأخطاء في الرياضيات

أثبتت الأبحاث الواسعة في تحليل الأخطاء حقيقة أن الباحثين في تعليم الرياضيات لديهم دافع لمعرفة أخطاء الطلبة، ولقد اعتمد تحليل الأخطاء في الأبحاث التربوية على استخدام الاختبارات التشخيصية، وتحليل البيانات وتم التركيز على محاولة تحديد، وفرز الأسباب الكامنة والمحتملة للأخطاء، وإمكانية التعرف على الطرق والخطوات المصاحبة للوقوع في الأخطاء (خاصة معرفة الإجراءات المتبعة في حل المسائل الحسابية والجبرية)، وتحديد

نماذج أخطاء الطلبة، ومحاولة تصنيفها إلى مجموعات، والاهتمام بالأخطاء الفردية والتي يجب متابعتها بعلاج خاص (Borasi, 1996).

لقد أظهر كليمنت (Clement, 1980) في بحث لتحليل الأخطاء بأن الكثير من الأطفال ممن يعرفون الحقائق الأولية للأعداد معرفة تامة ويستطيعون أن يؤدوا عمليات حسابية بالخوارزميات المعتادة بدقة وبشكل يعتمد عليه، يجدون صعوبة في تحديد أي عملية حسابية للحصول على إجابات لمسائل حسابية لفظية بسيطة.

لقد عمم إلبرنك (Elbrink, 2007) ما توصل له فينر (Vinner) من تصنيف لأخطاء الطلبة في عملية جمع الكسور إلى تصنيف للأخطاء في الرياضيات بشكل عام؛ حيث قسمت إلى:

- أخطاء إجرائية والتي تضم أخطاء التحقق (misidentification)، والتعميمات الخاطئة (mis-generalization)، و(over specialization).
- أخطاء الرموز وتتضمن أخطاء تفسير الرموز (wrong interpretation of symbols)، واستخدام الرموز بطريقة غير صحيحة (improper use of symbols).

كما قام راداتز (Radatz, 1979) بتصنيف الأخطاء الرياضية التي يرتكبها الطلبة إلى عدة أنواع منها: أخطاء تعزى إلى الصعوبات اللغوية، وأخطاء تعزى لضعف القدرة المكانية، وأخطاء تعزى للضعف في اكتساب المتطلبات الأساسية السابقة من مفاهيم ومهارات وحقائق،

وأخطاء ناتجة عن تطبيق قواعد واستراتيجيات خارج شروط تطبيقها، وأخطاء ناجمة عن التفكير المنغلق (غير المتشعب).

لقد تم الاهتمام بالأخطاء الثابتة (Bugs) في البنية المعرفية لدى الطلبة، فهذا النوع من الخطأ يحدث عندما يواجه الطالب مهمات صعبة غير مألوفة، والتي تقود إلى طريق مسدود، حيث يتم إجراء بعض التعديلات غير الصحيحة في تطبيق هذه المهمات (Blando et al., 1989). والمثال التقليدي على الخطأ الذي يقع فيه الطالب عند فك الأقواس في $(أ + ب)^2 = أ^2 + ب^2$ فهو يوزع القوة في مربع مجموع حدّين على كل من الحدّين، فالطالب يطبق خاصية توزيع حد على مقدار جبري كالتالي (أ+ب) ج=أ ج+ب ج ولكنه لا يستطيع أن يطبق نفس المبدأ في إيجاد مفكوك مربع مجموع حدّين. هناك نوع آخر من الأخطاء يعود إلى قواعد خاطئة أو تعميمات خاطئة والتي تتشكل عندما يستنتج الطالب عدة قواعد متسقة مع مثال ولكنها ليست القاعدة الصحيحة، هذا النوع يحدث خلال مرحلة الترميز، فعندما يحل الطالب السؤال 128+71=899، فإنه غير قادر على جمع عددين يختلفان في عدد المنازل (Borasi, 1987).

وفي دراسة بنكباك (Pinchback, 1991) التي طبقت على طلبة الجبر المتوسط صنفت الاستجابات الخاطئة لدى الطلبة إلى:

- أخطاء مفاهيميّة (Conceptual error) وتظهر أثناء محاولة الطالب تطبيق بعض الخطوات الأساسية الخاطئة المرتبطة بمفهوم معين، ومثال ذلك عند إيجاد حل المعادلة فالطالب يقوم بما يلي:

$$5 = م + \sqrt{م - 7}$$

$$25 = م^2 + م - 7$$

$$25 = م + 7$$

$$18 = م$$

- أخطاء المتطلبات السابقة (Prerequisite error) وتظهر في محاولات الطالب لحل مسألة، ولكنه يقع في خطأ يتعلق بإتقان المفهوم السابق، والمثال التالي يوضح:

لتبسيط (6 س−5) (6 س+5)

= 36س+30س− 30س−25 **(وجود معتقدات خاطئة في ضرب الحدود بحيث 6 س×6 س=36 س)**

= 36 س− 25

أنواع الأخطاء الجبرية

أشارت دراسات متعددة منها (Blando, et al., 1989; Borasi, 1987; Cherkas, 1992; Confrey, 1990; Davis & Maher, 1990; MacGregor & Stacey, 1993; Pinchback, 1991) إلى وجود عدد كبير من الأخطاء الجبرية، وفيما يأتي قائمة شاملة بهذه الأخطاء يتبعها نوع آخر يدعى أخطاء الإهمال.

- المفاهيم الخاطئة حول إشارة التساوي (Equality Symbol Misconception) يفسر الطلبة إشارة التساوي بمعنى" يجب إجراء شيء" قبل الوصول إلى الإجابة، على سبيل المثال عند عرض السؤال 8+4= [ ]+5، العديد من الطلبة أعطوا إجابة خاطئة مثل 12 أو17. ومثال آخر حيث أن الطالب يعرف الحل الصحيح، ولكن

أسلوب كتابته غير دقيق مثلاً كتابة 9×4+5 في هذه المعادلة كخطوة في الحل تتضمن خطوة غير دقيقة أي:

9×4+5 =9×4 =36+5 =41.

- النظرية أو التعريف المشوه (المحرف) (Distorted Theorem or Definition) وهذا ينطوي على خطأ في تطبيق نظرية خارج شروطها. على سبيل المثال، تطبيق قانون الجيوب

$\frac{أ}{جا\ أ} = \frac{ب}{جا\ ب}$ ، أ، أ لا تنتمي إلى نفس المثلث الذي فيه ب، ب.

- أخطاء التمثيلات البيانية (Graphing Misconception Definition) ومن الأمثلة على تفسير التمثيل البياني كصورة قد تكون كسؤال يطلب من الطالب أن يمثل علاقة السرعة مع الزمن لراكب دراجة على تلة. يقع الطلبة في مفهوم خاطئ في رسم التلة، بتجاهل السرعة التي سئل عنها. فالطلبة لا ينظرون إلى التمثيل البياني بأن السرعة اقتران ذو علاقة بالزمن، ولكن ينظرون للموقف بشكل حرفي.

- إدراك العلاقات (Comprehension of Relationships) هناك عدة طرق للتعبير عن وجود علاقة بين المتغيرات، على سبيل المثال ص= س+10، مثلاً "ص تساوي ناتج جمع س و 10"، وَ "ص أكثر بعشر مرات من س"، في الوصف الأول عبر عن المساواة، بينما في الصورة الثانية تم مقارنة صفات غير متكافئة.

- تعريف إعادة التوزيع وأخطاء الإضافة التحويلية (Definition of Redistribution and Switching Addend Errors) هذا الخطأ يتضمن تحرك الإضافة من جانب واحد من المعادلة إلى الآخر دون مراعاة

تغيير الإشارة، على سبيل المثال س+37=150 هو نفس س=37+150. وتشمل أخطاء إعادة التوزيع إضافة كميات وبإشارات مختلفة لكلا الجانبين من المعادلة، على سبيل المثال، س+37−10=150+10.

- تحديد الأخطاء المفاهيميّة في الفصل (Definition of Detaching Misconception) عندما يتجاهل الطلبة ترتيب العمليات ليتم الانتهاء من تنظيم المسألة على سبيل المثال 267- 30 +30 =267- 60 =207 أي يقوم بتبسيط العملية الحسابية −30+30 بصورة خاطئة كما يلي− (30+30)=−60
- تفسيرات لغوية خاطئة (Misinterpreted Language) عند تحويل الكلمات لمعادلات جبرية ومعرفة استبدال الكلمات الأساسية برموز رياضية وتحديد العمليات المناسبة.
- عدم التحقق من الحل (Unverified Solution) أي عدم التحقق من أن الحل المقدم هو المطلوب في المسألة، على سبيل المثال عندما يطلب من الطالب إيجاد عوامل المقدار س^3 -7 س- 6، فإنه يسير وفق خطوات صحيحة حيث يجد أصفارَ الاقتران هي س= -2، -1، 3، لكنه لن يتمكن من وضع عوامل كثير الحدود بالصورة (س+1)(س+2)(س-3)، لا توجد أخطاء في العملية، ولكن قدّم حلاً خاطئاً لا يتناسب مع ما هو مطلوب في السؤال.
- الاستدلال المنطقي غير الصحيح (Logically Invalid Inference) تشمل هذه الفئة تلك الأخطاء التي تحتوي على تفكير خاطئ غير مرتبط بمحتوى محدد، ومثال على ذلك قد يكون من الخطأ تعميم خصائص الأعداد التخيلية إلى الأعداد الحقيقية.

- أخطاء الشرط (Prerequisite Error) وذلك بتطبيق قانون خارج شروط تطبيقه، كما يظهر عند تبسيط المقدار الجبري 3س+5= ص+3 إلى س+5= ص، (اختزال معامل س مع الحد الثابت في الطرف الأيسر من المعادلة أي وجود أخطاء تتعلق باستخدام النظير الجمعيّ والنظير الضربيّ عند حل المعادلة).

- أخطاء الإهمال

خارج تسلسل الأخطاء المعرفية لدى الطالب هناك أخطاء تسمى أخطاء الإهمال أو أخطاء غير معروفة، ففي دراسة كلاركسون (Clarkson, 1992) أشار إلى إمكانية تصحيح الطالب لنسبة كبيرة من الأخطاء عندما تتاح له فرصة ثانية للقيام بذلك. وهذه الأنواع من الأخطاء يصعب تحديدها وتصنيفها بسبب الطبيعة العشوائية لعمل الطالب. فهو لا يتعلق بأي من متغيرات (القراءة أو معرفة الكلمات) أو المتغيرات الرياضية، ولكن العوامل الثلاثة التي تعتبر ذات صلة لتكون أخطاء الإهمال هي العصبية عند إكمال البنود في بداية الاختبار، والتعب وذلك عند محاولة حل بنود في نهاية الاختبار، والتردد عند التعامل مع بنود غير مألوفة.

وفيما يتعلق بالكشف عن أصناف الأخطاء التي يقع فيها الطلبة في خوارزميات حل أنظمة المعادلات، تم تصنيف الأخطاء التي يقع فيها الطلبة إلى أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء متعلقة بالتعميمات (قواعد، ونتائج، ونظريات)، وأخطاء متعلقة بالإجراءات، وصعوبات في اللغة الرياضية رغم صحة الحل، وأخطاء عدم الانتباه، ولقد كانت أخطاء النوع الأول (ضعف في المفاهيم والمهارات الأساسية) هي أكثر الأخطاء شيوعاً، وتبيّن أنه يوجد علاقة إيجابية بين اكتساب الطلبة للمهارات الأساسية وقدرتهم

على حل المعادلات الرياضية (اليونس، 2004)، كما تم تقسيم الأخطاء التي يقع فيها الطلبة عند حل المعادلات الرياضية إلى ستة أنواع رئيسة هي: ضعف في المفـــاهيم والمهارات الأساسية، وضعف في حل المعادلات الخطيّة ذات المجهولين، وأخطاء في حل المعادلات التربيعية والكسرية والمثلثية، وضعف في كتابـــة مجموعـــة الحـــل، وأخطاء التخمين، وأخطاء أخرى (ضبابات، 1999).

وفي نفس السياق تم تصنيف أنواع الأخطاء التي يرتكبها الطلبة في حل المعادلات الرياضية إلى ستة أنواع رئيسة هي:

– ضعف في المفاهيم والمهارات الرياضية الأساسية كأن يخطئ الطالب في إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات عند حل المعادلات الكسرية.

– ضعف في التحليل إلى العوامل كالأخطاء في التحليل وفك الأقواس.

– ضعف في استخدام القانون العام لحل المعادلات التربيعية كأن يخطئ في كتابـــة المميـــز، والقانون العام.

– ضعف في كتابة مجموعة الحل كأن يخطئ في كتابة مجموعة الحل للمعادلات الآنية ذات المجهولين.

– أخطاء التخمين كأن يعوض الطالب بأرقام مباشرة في المعادلـــة دون أن يحلهـــا بالشـــكل الصحيح.

– أخطاء أخرى يصعب تصنيفها كعدم إتمام السؤال (الطيطي، 1989).

ثالثاً- دراسات حول الأخطاء الشائعة في موضوعات متنوّعة من الرياضيات

لقد زخر ميدان تعليم الرياضيات بدراسات متنوعة قامت على منهجية تحليل الأخطاء، وقد بدأت تلك الجهود منذ سنوات طويلة، حيث أجرى العديد من المختصين بحوثاً في الأخطاء الرياضية، كما ركز مشروع المفاهيم في الرياضيات والعلوم الثانوية (CSMS) (Concepts in Secondary Mathematics and Science) في الفترة (1974-1979) على عدد كبير من الأخطاء والتي تتعلق بموضوعات متنوعة في الرياضيات الثانوية، باستخدام الاختبارات الكتابية والمقابلات الفردية، حيث حاول المشروع الكشف عن هذه الأخطاء لدى عينة مكونة من عشرة آلاف (10.000) طالب، والذين يمثلون طلاب أجانب بأعمار تتراوح بين 11-15 سنة، حيث أشارت النتائج إلى وجود مفاهيم خاطئة تتعلق باستخدام استراتيجيات غير مناسبة للحل. تبع ذلك ظهور مشروع الاستراتيجيات والأخطاء في الرياضيات الثانوية (SESM) (Strategies and Errors in Secondary Mathematics) في الفترة (1980- 1983) حول نفس الموضوع، ويعدّ (SESM) استكمالاً لمشروع (CSMS)، وتميز هذا المشروع (SESM) بتركيزه على عدد قليل من الأخطاء الشائعة التي تتعلق بموضوعات متنوعة في مجالات الرياضيات الثانوية، وتم ذلك باستخدام طريقة المقابلات الفردية وليس الاختبارات؛ والتي هدفت للبحث في الاستراتيجيات المصاحبة للوقوع في الأخطاء في مواضيع النسبة، والجبر، والتمثيلات البيانية، والقياس، والكسور. وقد بحث المشروع كلاً من الجوانب الآتية:

- أسباب الأخطاء بموجب موضوعات الدراسة من خلال المقابلات الفردية مع الطلبة.

- الاعتماد على معيار تجارب التعليم كأساس لهذا التحليل (the conduct of small scale teaching experiments based on this analysis).
- تطوير استراتيجيات تعليمية للتأثير على تعلم طلبة جميع الصفوف.

وقد أشارت النتائج إلى وجود العديد من الأخطاء الرياضية في مواضيع متنوعة لدى الطلبة تتعلق باستخدام استراتيجيات غير ملائمة للحل، وبعضها يعود إلى عدم فهم الطالب للرموز المستخدمة في السؤال.

ومن الدراسات التي ناقشت الأخطاء في الرياضيات (أبو عواد، 2006؛ الحروب، 2002; عفانة وأبو ملوح، 2005 ;Cowan, 2006; Ryan & Williams, 2007) حيث كشفت النتائج عن وجود تصورات خاطئة في البنية المعرفية لدى الطلبة تتعلق بالمفاهيم والإجراءات الرياضية المتضمنة في الكتب المدرسية.

هذا وحاولت العديد من الدراسات الكشف عن الأخطاء التي يقع فيها الطلبة، خاصة في الأوجه الرئيسة للرياضيات المدرسية وهي الحساب، والجبر، والهندسة وموضوعات أخرى من جوانب مختلفة.

1- الأخطاء في الحساب

ولقد ركز البحث في الأخطاء الرياضية في بادئ الأمر على موضوعات في الحساب حيث ظهر ذلك من خلال عدة دراسات منها (أبو عواد، 2006؛ البستنجي، 1993؛ الهزايمة، 2007؛ Blando et al., 1989; Elbrink, 2007; Sadi, 2007).

وفي سياق الأخطاء في العمليات الحسابية، يتسع انتشار العديد من المفاهيم الخاطئة في الحساب لدى الطلبة الذين تقع أعمارهم بين 12- 13 سنة (Bell, Fischbein & Greer, 1984)، حيث قام بلاندو وآخرون (Blando et al., 1989) بدراسة على (93) طالباً من الصف السابع في سان فرانسيسكو، وأظهرت النتائج وجود بعض أنماط الأخطاء الشائعة، والتي ظهرت في الإجابة على أسئلة الاختبار الكتابي والذي تضمن العمليات على الأعداد وأولويات العمليات الحسابية وظهر منها: أخطاء الاستبدال (Substitution Errors) بين العمليات الحسابية الأربع، وأخطاء أثناء إجراء العملية الحسابية، كعدم إتقان حقائق الضرب، إضافة إلى الوقوع في أخطاء ليس لها تفسير.

وتتعدد أخطاء الطلبة أثناء إجراء العمليات الحسابية، كإهمال أولويات العمليات الحسابية (أبو سالم، 1994)، كما يخطئ الطلبة في إيجاد ناتج جمع الأعداد السالبة بأن الناتج عدد موجب، وينبثق هذا الخطأ من تعميم قاعدة عملية الضرب على الأعداد السالبة على جمع الأعداد السالبة (Elbrink, 2007)، وتحتل الأخطاء في عملية الطرح لدى الطلبة الصدارة وذلك عند الاقتراض من الصفر، إضافة إلى وجود أخطاء في إجراء خوارزمية الجمع أثناء ترتيب المنازل عمودياً (Sadi, 2007)، وهناك اعتقاد خاطئ بأن القسمة على صفر تعطي صفر (أ / 0 =0)، ويفسر إلبرينك (Elbrink, 2007) بأن هذا الخطأ ناجم عن تعميم خاطئ من حقيقة ناتج قسمة الصفر على أي شيء يعطي صفراً (0 / أ = 0).

وفي نفس الإطار تم الكشف عن أنماط أخطاء الطلبة في مفاهيم الضرب والقسمة ومهارات حسابهما، وذلك في دراسة للبستنجي (1993) حيث تم تقديم اختبار مقالي تبعه إجراء مقابلات فردية مسجلة لرصد الأخطاء التي يقع فيها الطلبة وتصنيفها، حيث أشارت النتائج إلى وجود

أخطاء شائعة في مفاهيم الضرب والقسمة ومهارات إجرائهما عند الطلبة في الصفوف الرابع والخامس والسادس الأساسية حيث بلغت النسبة للأخطاء الشائعة 68.75%، 40.625%، 15.625% على الترتيب، وتبين أن نسبة الأخطاء قلت بارتفاع المستوى الصفي للطلبة، وبارتفاع المستوى التحصيلي في كل صف من الصفوف الثلاثة، وأشارت نتائج الدراسة إلى شيوع ثلاثة أنواع من الأخطاء: أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء الحقائق، وأخطاء خوارزمية. كما يقع الطلبة في أخطاء تتعلق بحقائق القسمة واستخدامها في إيجاد ناتج قسمة عددين، وتحديد المنزلة الخطأ عندما يراد تدوير عدد لأقرب منزلة معطاة، واختيار آخر منزلة بغض النظر عما هو مطلوب، وعدم إضافة (1) عند تدوير عدد بشكل يستدعي إضافة (1) (أبو عواد، 2006).

ولقد تمحورت أبرز الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفوف من الخامس وحتى السابع الأساسي في مفهومي القاسم المشترك الأكبر (ق.م.أ) والمضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) في الخلط بين مفهومي مضاعف العدد وقاسمه، وفي حساب (ق.م.أ) لعددين على أنه أكبر العوامل الأولية المشتركة بين العددين، وعند حساب (ق.م.أ) و(م.م.أ) لثلاثة أعداد يتم حساب كل منهما لعددين ويهمل الثالث، كما اعتبر الطلبة أن (م.م.أ) لعددين هو أكبرهما، وأخطاء متعلقة بخوارزمية تحليل العدد إلى عوامله، والخلط بين (ق.م.أ) و(م.م.أ) (أبو عواد، 2006؛ اليونس، 1993)، ويستمر هذا النوع من الأخطاء لدى طلبة الصف الثامن الأساسي حيث بلغت النسبة المئوية لشيوعه 66% (الحروب، 2002).

وحول استقصاء وتحليل الأخطاء الواردة في حل المسألة الحسابية وجد الهزايمة (2007) في دراسته على طلبة الصف السادس الأساسي أن الخطأ في تحديد المعطى الزائد عند حل

المسألة الحسابية يعدّ مصدراً للأخطاء وبلغ 67.03%، تبعه الخطأ في تحديد ما يلزم لحل المسألة الحسابية (تحديد المعطى الناقص) وبلغ 57.05%، وبالنسبة للأسئلة المقالية كان الخطأ في التحقق من صحة الحل أعلى نسبة من بين الأخطاء التي تم رصدها في حل المسائل الحسابية اللفظية، حسب الإستراتيجية المتبعة في الكتاب المدرسي (الخطوة النهائية من خطوات الحل حسب بوليا) حيث بلغت نسبته 85.90%، أما المرتبة الثانية فتمثلت في تنفيذ خطة الحل وإجراء العمليات الحسابية لإيجاد الجواب الصحيح وبلغ 76.73%.

هذا ويعاني الكثير من طلبة المرحلة الأساسية من صعوبات تتعلق في فهم أساسيات وحقائق الكسور والعمليات عليها، ففي مجال الأخطاء في جمع الكسور العادية وطرحها، أظهرت دراسة (أحمد، 1994) شيوع عدة أخطاء يقع فيها الطلبة في موضوع الكسور العادية والعشرية.

وفي نفس السياق أظهرت نتائج دراسة (السعيد، 2003) أن أكثر الأخطاء شيوعاً كان في عملية طرح الكسور العادية، وأن أقلها كان في عملية الضرب، وأن درجة الأخطاء لدى طلبة الصف الخامس أكثر شيوعاً منها عند طلبة الصف السادس في العمليات الحسابية على الكسور العادية حيث أن 57.67% لديهم أخطاء في الجمع على الكسور العادية، وفيما يتعلق بالعمليات الحسابية الأربع (+، −، ×، ÷) على الكسور العشرية أظهرت النتائج أن أكثر الأخطاء كانت في عملية القسمة وكانت أقل أخطاء الطلبة في عملية الجمع في الكسور العشرية، كذلك تم رصد النسب المئوية للأخطاء الشائعة بنسب 66.04% في العمليات الحسابية على الكسور العشرية، و 71.65% في العمليات الحسابية على الكسور العادية.

وفي صدد الحديث عن استراتيجيات التفكير المصاحبة للوقوع في بعض الأخطاء في الكسور، لا بد من الإشارة لدراسة (Reys, kim & Bay, 1999) حيث تم إجراء مقابلات

مع 20 طالباً من الصف الخامس، بعد أن أنهوا دراسة وحدة الكسور وتبين أن 7 طلبة لديهم خطأ أساسي بمفهوم الكسر مثلاً رسم ثلاثة طلبة دائرة قسموها لأرباع وبعد ذلك قسموا أحد الأرباع لنصفين وذلك من أجل تمثيل الخمس.

هذا وكشفت بعض الدراسات عن أثر بعض المتغيرات على وجود أخطاء في جمع الكسور وطرحها لدى طلبة الصفين الخامس والسادس الأساسين، حيث أشارت نتائج دراسة (أحمد، 1994؛ السعيد، 2003؛ صوفان، 1995) إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية ($\alpha \leq 0.05$) بين نسبة الأخطاء التي يقع فيها طلبة الصفين تعزى إلى متغير المستوى التعليمي أي أن درجة الأخطاء لدى طلبة الصف الخامس أكثر شيوعاً منها عند طلبة الصف السادس في العمليات الحسابية على الكسور العادية، إضافة إلى عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية ($\alpha \leq 0.05$) بين نسبة الأخطاء تعزى إلى متغير الجنس، وعلى النقيض أشارت دراسة أبو عقيل (2001) إلى وجود فروق بين نسب الأخطاء الشائعة لصالح الذكور، وأن هناك ضعفاً كبيراً جداً يواجه الطلبة في إجراء العمليات الحسابية الأربع على الكسور العادية ولصالح الذكور، وبالنسبة لأثر متغير السكن على وجود أخطاء في العمليات على الكسور أظهرت دراسة (صوفان، 1995) إلى أن طلبة القرى في مدينة نابلس كان تحصيلهم في مجال جمع الكسور العادية وطرحها أقل من طلبة المدينة.

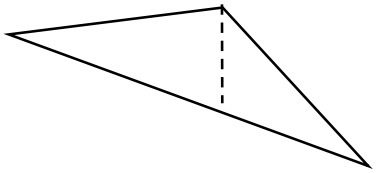
وفي بعد آخر حول معرفة العلاقة بين أخطاء الطلبة ومستوى الصفوف، أشارت نتائج دراسة المحيميد (1998) إلى وجود عشرين خطأ شائعاً يقع فيها طلبة الصف الرابع، وأربعة وثلاثين خطأ شائعاً يقع فيها طلبة الصف السادس، وبلغت أعلى نسبة للخطأ في الصف الخامس وهى 32.9% وذلك في طرح عدد كسري من عدد صحيح، كما تكررت أخطاء الطلبة في تحويل عدد كسرى إلى كسر غير حقيقي، وذلك لارتباطه بجميع العمليات الكسرية.

هذا ويمتلك الطلبة مفاهيم خاطئة في البنية المعرفية لدى طلبة الصف السابع تتعلق بالأعداد النسبية، كما جاء في دراسة (عفانة وأبو ملوح، 2005) والتي أشارت إلـــى وجـــود (22) تصوراً خاطئاً لمفاهيم العدد النسبي، منها مفاهيم تبسيط العدد النسبي، وكتابة العدد النســـبي بعدد غير منته من الصور، ومقارنة عددين نسبيين، وجمع عددين نسبيين، وخاصية الضرب في صفر، و قسمة عددين نسبيين.

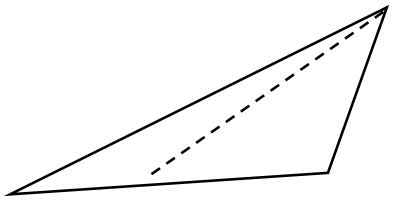
2-الأخطاء في الهندسة

وفي جانب آخر من محتوى الرياضيات في موضوع الأخطاء الرياضية، قد أجريت العديد من الدراسات على الهندسة منها (أبو عواد، 2006؛ البدور، 2005؛ القدسي، 2006؛ الشويخ، 2005؛ النور، 2003؛ Cutugno & Spagnolo, 2002)، وتم الكشف عن الأخطاء لدى الطلبة في المثلثات، حيث قام الباحثان (Cutugno & Spagnolo, 2002) بدراسة على عينة مكونة من (77) طالباً تتراوح أعمارهم بين (11-12) سنة في بلرمو (Palermo)، وتم توزيع استبانات ذات إجابة مفتوحة على الطلبة، ولقد أظهرت النتائج وجود بعض الإرباك فيما يتعلق بالجانب اللغوي والتناقض الهندسي مع واقع الحياة اليومية، حيث قارن (45%) من الطلبة بعض الأشكال الهندسية مع أشكال أخرى في حياتهم اليومية (كالإبر والأعلام والحروف الأبجدية...) كما ظهر أثناء إجاباتهم عن أسئلة الاستبانة الهندسية، وهذا يثبت عدم استخدام تعبيرات الأشكال الهندسية بالشكل الصحيح، كما ظهر عدم وضوح المصطلحات لديهم من هنا اشتق التناقض بين لغة الرياضيات واللغة اليومية للطلاب. كما أن الطلبة يمتلكون مخططات ذهنية صارمة، وظهر ذلك بالتحليل الوصفي حيث قام 59% من الطلبة برسم المثلث المتساوي الأضلاع دون الاكتراث إلى تساوي الأضلاع والزوايا، ومن الأمثلة على الأخطاء المفاهيميّة التي تتعلق بالارتفاع لدى الطلبة:

- الاعتقاد بأن الارتفاع هو خط رأسي (شاقولي)، فهذه الفكرة الشائعة تعيق تحديد الارتفاع إذا لم يكن للمثلث قاعدة أفقية (لقد قام 91% من الطلبة برسم المثلث بقاعدة أفقية).



- الاعتقاد بأن الارتفاع يجب أن يرسم داخل المثلث، فهذا التصور الخاطئ يعيق الطلبة عند تحديد الارتفاع في المثلث المختلف الأضلاع.



- اعتبار الارتفاع بأنه يقسم قاعدة المثلث إلى جزئين.

هذا النمط من الأفكار الشائعة يحدث بسبب التناقض بين المفهوم الهندسي والمفهوم الشائع لكلمة ارتفاع، ولقد أظهر التحليل الوصفي أن نسبة كبيرة من الطلبة لا يتذكرون القواعد والتعاريف الرسمية، إضافة إلى وجود أخطاء في استخدام المصطلحات، كما أن القليل من الطلبة استخدموا كلمة مضلع في العلاقة بين عناصر المثلث لتعريف المثلث.

هذا وارتكب طلبة الصف الثامن أخطاء كثيرة عند حل مسائل هندسية مصاغة في قالب لفظي، نتيجة لعدم وعيهم وإدراكهم لمعاني الألفاظ والمصطلحات الواردة فيها، في حين وجد أن الغالبية العظمى منهم تمكنوا من حل المسائل الهندسية ذات الصياغات الرمزية (القدسي، 2006).

ومن ضمن الأخطاء المفاهيميّة الشائعة لدى طلبة الصف الثامن في المثلثات، كما توصل لها (الحروب، 2002) من الاستبانة وتحليل الاختبار والدراسات السابقة وخبرة الباحث، قد تمثلت

في عدم تمييز الطلبة لخصائص المثلث المتساوي الساقين حيث بلغت نسبة شيوع هذا الخطأ 42%، وعدم تمييز العلاقات بين أضلاع المثلث وزواياه وبلغ هذا الخطأ نسبة 64%، ويخطئ الطلبة في عدم تمييز مفهوم الزاوية الخارجية للمثلث وعلاقتها بالزاويتين الداخليتين البعيدتين ووصلت نسبة هذا الخطأ إلى 44%، وعدم تمييز مفهوم تطابق مثلثين، فقد يعتبر تساوي ثلاث زوايا شرط كافٍ للتطابق وبلغت نسبة شيوع هذا الخطأ 56%.

فلسطينياً تم التعرف بعمق على استراتيجيات التفكير الهندسي والتي انعكست بنتائج تدل على وجود عدد من الأخطاء في البنية المعرفية لدى الطلبة حول موضوع الهندسة، حيث أجرى الشويخ (2005) دراسة اعتمدت على تطبيق اختبار كتابي على طلبة الصفوف السادس والثامن والعاشر وتم إجراء مقابلات عيادية، اعتماداً على أعمال (Burger & Shaughenssy, 1986)، حيث كشفت المقابلات عن وجود مفاهيم خاطئة منها:

- يوجد عدد محدود من الأشكال يمكن رسمها.
- الضلعان المتوازيان مائلان أو منحرفان. مثلاً كما قال بعض الطلبة يجب أن يحتوي متوازي الأضلاع على أضلاع مائلة كي يكون متوازي، "نفس المستطيل لكنه مائل".

ونتيجة المفاهيم الخاطئة المذكورة، برزت أخطاء ارتكبها الطلبة الفلسطينيون أثناء المقابلات ومن أمثلتها:

- عدم إدراك الطلبة التنوع اللانهائي للأشكال، فهم يخلطون مثلاً بين نوع المثلث وبين كم مثلث يمكن رسمه.

- عدم قبول أن المربع أو المستطيل هو متوازي أضلاع بسبب عدم وجود أضلاع "مائلة" فيهما.

وفي إطار تحليل أخطاء الطلبة في مفاهيم وتعميمات وحدة الهندسة الفضائية، أظهرت نتائج دراسة البدور (2005) على طلبة الصف العاشر الأساسي تبايناً للأخطاء التي يقع فيها الطلبة على الفقرات المتصلة بالمفاهيم وتمثلت في الخلط بين المستقيمات المتخالفة والمستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة في الفضاء، أما الأخطاء المتصلة بالتعميمات فكانت قصوراً في التعامل مع المسألة الهندسية اللفظية لاستنباط التعميم، وعدم اكتساب الطلبة لبعض مفاهيم وحدة الهندسة الفضائية، وظهر ذلك من خلال الخلط بين حالات المستقيمات في الفضاء، وقصور في تخيل الأشكال الهندسية بالأبعاد الثلاثة خاصة إذا كانت الأشكال غير مألوفة، وقصور في التعامل مع المسألة الهندسية اللفظية لاستنباط التعميم.

وفي استقصاء للأخطاء التي يرتكبها طلبة الصف السابع الأساسي عند حل المسائل الهندسية المرتبطة بمساحات ومحيطات المضلعات، أشارت دراسة (النور، 2003) والتي هدفت أيضاً إلى معرفة أسباب هذه الأخطاء، وأسفرت نتائج الدراسة عن ظهور أخطاء بنسب شائعة لدى الطلبة منها أخطاء متعلقة بالقوانين والأشكال والمفاهيم الهندسية، وأخطاء متعلقة بالمسألة الهندسية اللفظية، كما أسفرت النتائج عن وجود عدد من الأسباب التي تؤدي إلى انتشار الأخطاء لدى الطلبة من أهمها، افتقار الطلبة للمبادئ والمهارات الأساسية التي تساعدهم على مواصلة العملية التعليمية بصورة صحيحة.

رابعاً- دراسات حول صعوبات الطلبة في الجبر والأخطاء الشائعة وتحليلها لديهم في المفاهيم الجبرية الأساسية

يتعلم الطلبة – خلال دراستهم الجبر- العلاقات والاقترانات وفهم التشابهات والأنماط (Patterns)، وتمثيل وتحليل المواقف والتراكيب الرياضية باستخدام الرموز الجبرية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وحل المتغيرات في سياقات مختلفة (NCTM, 2000).

وللوقوف على أهم ما تناولته الدراسات السابقة ذات العلاقة بهذا المحور، تم تنظيم عرضها في ثلاثة محاور كالتالي:

1- صعوبات في تعلم الجبر.

2- أخطاء في التعبيرات الجبرية (دلالة المتغير) عن الكميات.

3- الأخطاء في البنية الجبرية الأساسية وتحليلها.

1_ صعوبات في تعلم الجبر

رغم الاتفاق بين أوساط الباحثين على أن الجبر هو جزء هام وحيوي من الرياضيات وتعلمها، إلا أن العديد من الدراسات أشارت إلى وجود صعوبات في تعلم الجبر (Even, 2001; Kari, 2000)، ولقد اقترنت الصعوبات لدى طلبة المرحلة الأساسية في الانتقال من التفكير الحسابي إلى التفكير الجبري بسبب وجود فجوات معرفية تكونت لديهم من الانتقال من دراسة الحساب إلى دراسة الجبر، وبالتالي فإن الطلبة الذين لديهم صعوبات في تعلم الجبر يعود إلى أنهم لم يتمكنوا من عبور تلك الفجوات مما تسبب في وجود عوائق

معرفية لديهم (Carpenter & Franke, 2001; Cooper, 2001; Even & Tirosh, 2003; Healy & Hoyles, 2000; Warren, 2003).

ولقد تمحورت إحدى الصعوبات في الانتقال من التفكير الحسابي إلى التفكير الجبري في مفهوم المتغير، والذي يعدّ الأساس للانتقال من الحساب إلى الجبر، كونه أكثر تعقيداً مما يعتقد المعلمون؛ مما جعله يشكل عائقاً أمام نجاح الطلبة في الجبر (Leitzel ,1989)، ولا سيما أولئك الذين يتقنون الحساب؛ لأنه يتطلب منهم القيام بتعديلات كثيرة (Kieran, 2004) حتى بعد دراسة مادة الجبر، فالكثير من الطلبة لا يفهمون معنى المتغيرات في المعادلات (Kirean, 1985; Kucheman, 1981; Samo, 2009).

هذا وحاول بعض الباحثين المقارنة بين اكتساب الطلبة للمهارات الحسابية الأساسية واكتسابهم للمهارات الجبرية، حيث تم الكشف عن تدني في مستوى اكتساب طلبة الصف السادس الأساسي للمهارات الحسابية، بينما يعدّ مستوى اكتسابهم للمفاهيم والمهارات الجبرية مقبولاً، بينما أشارت دراسة أخرى لوجود علاقة إيجابية ذات دلالة إحصائية عند (α=0.05) بين مستوى اكتساب الطلبة للمهارات الحسابية الأساسية، واكتسابهم للمفاهيم والمهارات الجبرية (أحمد، 2003).

وتعاني الغالبية العظمى من طلبة الصف الثامن من صعوبات كبيرة في حل المسائل المتضمنة لمفاهيم على درجة عالية من التجريد في الجبر، في حين أنهم لا يواجهون صعوبات في حل مسائل تتضمن مفاهيم جبرية محدودة (القدسي، 2006).

وتتعدد مظاهر الصعوبات التي تواجه طلبة الصف التاسع أثناء حلهم للمشكلات الكلامية المتعلقة بالمعادلات والمتباينات، وترجع أساساً لضعف في القدرة على القراءة الفاهمة

(أبو لبن، 1999)، ووجدت بعض الدراسات أن الإخفاق في تحويل الجمل الكلامية إلى معادلات جبرية ليس شائعاً بين طلبة المدارس فحسب، بل يتعداه إلى طلبة الكليات والجامعات، حيث أشارت النتائج إلى وجود صعوبات ومشكلات لدى طلبة جامعة في فنزويلا وهم في مستوى السنة الأولى– قسم العلوم أثناء تحويل الجمل اللغوية إلى معادلات جبرية بسيطة وبالعكس (Niaz, 1989).

1.1- الصعوبات التي يواجهها الطلبة الفلسطينيون في الجبر

تمحورت اهتمامات بعض الباحثين بدراسة تحصيل الطلبة في موضوع الجبر من منطلق أنه أحد مجالات المحتوى الرياضي الهامة. ففي تقصي مستوى إتقان طلبة الصف التاسع للمهارات الجبرية الواردة في منهاج الرياضيات لمرحلة التعليم الأساسي في الأردن بدءاً من الصف السادس حتى الصف التاسع، أظهرت النتائج أن مستوى إتقان الطلبة على الاختبار الكلي (معدل العلامة المئوية لتحصيل الطالب على الاختبار الكلي) دون 50% ولكلا الجنسين، وأن أعلى مستوى إتقان كان في مجال التعبير بالرموز والعمليات الجبرية، في حين كان أقل مستوى إتقان في مجال حل المعادلات والمتباينات (قاسم، 1997)، وفي بعد آخر أسفرت النتائج عن وجود تدنٍ في مستوى مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن الأساسيين للتمثيل الجبري للمسألة الرياضية اللفظية عن المستوى المقبول تربوياً 50% (الإبراهيم، 2001)، وتشير نتائج تحصيل طلبة الصف السادس على حل المسائل الكلامية والمشكلات غير الروتينية إلى ضعف شديد في هذا المجال (مسعد والخليلي، 1989)، كما تبين أن هناك تدنياً في استيعاب طلبة الصف السابع للمفاهيم الجبرية الأساسية المتعلقة بمفهوم المعادلة وطرق حلها، مما أدى إلى تدني مستوى الطلبة في التعرف على المعادلات المتكافئة، وقدرتهم على إيجاد معادلات مكافئة لمعادلات معلومة، وقدرتهم على حل معادلات جبرية بسيطة،

وتوصلت الدراسة إلى أن متوسطات أداء الطلبة ذوي التحصيل العالي كان أعلى من متوسط أداء كل من ذوي التحصيل المتوسط وذوي التحصيل المتدني في القدرة على التعرف على المعادلات المتكافئة، والقدرة على إيجاد معادلات متكافئة لأخرى معلومة (عوض، 1993).

فلسطينياً، كشفت منشورات دائرة القياس والتقويم في وزارة التربية والتعليم العالي، أن توجهات متوسطات التحصيل بين دراستي (TIMSS) 2007 و 2003، قد أظهرت توجهات سلبية، مما يدل أن حالة هذه المؤشرات في دراسة 2003 كانت أفضل منها في دراسة 2007 (وزارة التربية والتعليم العالي، 2009).

وأظهرت الدراسة الوطنية في الرياضيات للصف العاشر الأساسي 1999/1998 والتي هدفت إلى توفير مؤشرات نوعية تسهم في مقارنة تحصيل الطلبة في الرياضيات، حيث وزعت على خمس مجالات من مجالات المحتوى من ضمنها الجبر، حيث كشفت النتائج بأن التحصيل على معظم فقرات الجبر أعلى من المتوسط العام، فهنالك 39% من الطلبة استطاعوا معرفة الزوج المرتب الذي يمثل حلاً لمتباينة، ومعرفة المضاعف المشترك الأصغر لمقدارين جبريين، واستطاع 50% من الطلبة معرفة ناتج جمع كسرين جبريين، وتحليل العبارة التربيعية إلى عواملها. أما أقل تحصيل في مهارات الجبر فقد كان في المهارة التي تتطلب التعبير بالرموز عن عبارة تتضمن علاقات عددية (وزارة التربية والتعليم، 2000).

2- أخطاء في التعبيرات الجبرية (دلالة المتغير) عن الكميات

تتنوع أخطاء الطلبة المتعلقة بمفهوم المتغير، ويعدّ الفهم المحدود لإشارة المساواة أحد الأخطاء الرئيسة التي تقف عائقاً أمام تعلم الجبر، وسيتم تناول هذين الجانبين في هذا المجال

1.2 – الأخطاء في مفهوم المتغير

من المفاهيم الخاطئة الشائعة التي يقع فيها الطلبة والتي ذكرت في البحوث تتعلق بمفاهيم المتغيرات والرموز في الجبر (Küchemann, 1981; Perso, 1992) ، منها عدم التمييز بين الحروف المستخدمة كوحدات للقياس والمتغيرات في الحدود الجبرية على سبيل المثال لا الحصر إن 8 م في الحساب تعني ثمانية أمتار، بينما في الجبر تعني 8× م (NCC, 1992)، بالإضافة إلى عدم إدراك الطلبة لدلالة المجاورة (concatenation) في كل من الجبر والحساب، كما أشار غليسون وسكيكتشر (Gleason, 2001; Scehechter, 2006) ففي الحساب تستخدم المجاورة لكتابة الأرقام متجاورة دون فواصل للدلالة على القيمة المنزلية لأرقام العدد، أما في الجبر فلها معنى مختلف حيث ترمز لعملية الضرب فالرمز س ص يعني س× ص، وهو ما يجعل الطلبة يعتقدون بأن حل المعادلة 6 س=36 هو س=3 لأنهم ينقلون معنى المجاورة الوارد في الحساب إلى الجبر (Grossman, 1996).

ولقد تم تقديم قائمة بالمجالات المختلفة لأخطاء الطلبة في المتغيرات من قبل المجلس الوطني للمنهاج في بريطانيا National Curriculum Council for Great Britain (NCC) وكانت كما يلي:

أخطاء في معاني المتغيرات (الحروف):

- هنالك اعتقاد خاطئ بأن الرموز الرياضية ما هي إلا اختصار لأشياء حسية، كاعتبار المقدار الجبري 4 ت+6 م، على النحو: ت اختصار لكلمة تفاحة، م اختصار لكلمة موزة، وهذا ما يجعل استخدام الرموز بهذه الطريقة ابتعاداً عن المعنى الحقيقي لها.

- الاعتقاد الخاطئ بأن المتغيرات تعبر دوماً عن أعداد صحيحة، فتحل المعادلة الخطيّة 3 س+2=9 بصورة خاطئة هكذا س=2 أي إعطاء الجزء الصحيح فقط من الناتج.
- لدى بعض الطلبة معتقدات خاطئة بأن كل متغير لا يمكن إلا أن يمثل رقماً واحداً، مما يؤدي إلى إصرارهم بأن الرموز تتطابق مع مواقع الحروف في الأبجدية (Perso, 1992)، فعندما قدم للطلبة h كرمز للارتفاع، أجاب العديد منهم أن h=8، لأن h ثامن حرف في الأبجدية.
- الاعتقاد الخاطئ بأن المتغيرات المختلفة دائماً تمثل أرقاماً مختلفة، فمثلاً لا يدرك الطلبة أن (أ+ب=أ+ج) تشكل معادلة لأنهم يعتقدون باستحالة ب=ج (NCC, 1992).

كما يخطئ الطلبة في استخدام نفس المتغير لشيئين مختلفين في المسألة، إضافة إلى وجود أخطاء في وضع العدد دون المتغير المرافق له كأن يضعوا الجواب 4+5 والصحيح 4س+5 (الإبراهيم، 2001)، إضافة إلى أن العديد من الطلبة لا يعتقدون بأن الحروف في الجبر رموزاً لأعداد مما يؤدي إلى عدم اقتناعهم بإمكانية ضرب المتغيرات كضرب 3×(س+5) إلا إذا علمت قيمة س (Perso, 1992).

2.2- الأخطاء في إشارة التساوي

وفي صدد الحديث عن الخلط بين السلوك الجبري والسلوك الخوارزمي، لا بد من تناول أخطاء الإشارة، حيث تعتبر إشارة التساوي إحدى مفاتيح تطوير التفكير الرياضي الجبري، ويعدّ الفهم المحدود لإشارة المساواة أحد الأخطاء الرئيسة التي تقف عائقاً أمام تعلم الجبر، لأن جميع المعالجات على المعادلات تتطلب فهم معنى إشارة التساوي

(Carpenter et al., 2003)، فالطلبة الذين ينظرون إلى إشارة المساواة كرمز لعلاقة تكافؤ يكونون أكثر نجاحاً في حل المعادلات الجبرية مقارنة بأقرانهم الذين لم يفهموا ذلك (Stephens et al., 2006)، حيث وجدت العديد من الدراسات أن لدى الطلبة أخطاء حول الجمل المفتوحة مثل (2ص+3) أو (3+ س) كأجوبة نهائية صحيحة، معتقدين أن إشارة التساوي يجب أن تعطي ناتجاً وحداً بمعنى آخر بدون إشارات مثل "+" أو "–" مثل الحساب، أي ليس لديهم قدرة على التعرف على الصيغة المكتوبة بأبسط صورة لمقدار جبري معطى (أبو عواد، 2006؛ الحروب، 2002؛ Perso, 1992; Sharma, 1988 ; Kieran, 1981)

كما وجد أن طلبة المرحلة الأساسية يسيئون فهم إشارة التساوي (Ambrose & Martínez, González, 2004)، وتتنوع أخطاء الطلبة في تفسير إشارة "يساوي" للدلالة بأن ما على الطرف الأيسر يرتبط بشكل واسع مع ما هو في الطرف الأيمن، مثلاً يترجم الطلبة الصيغة الجبرية 20 ط=م بصورة خاطئة هكذا بأن هناك 20 طالباً لكل مدرس (Cooper, 1984; Mestre, 1988)، وقد تم التعرف بعمق حول فهم الطلبة حول إشارة التساوي، حيث أشارت النتائج بوجود إجابات واسعة لدى طلبة الصف الثالث الأساسي تدل على فهم خاطئ لمعنى إشارة التساوي، في حين كانت معظم إجابات طلبة الصفين الخامس والسادس صحيحة بينما الإجابات الخاطئة دلت على امتلاك الطلبة لاستراتيجيات تفكير خاطئة، وتركزت أخطائهم في جمل الطرح.

وفي مشروع قامت به إحدى المعلمات، وذلك بعرض المسألة 5+□ =4+8 على طلبة الصف السادس وكانت النتيجة أن جميع إجابات الطلبة 12 داخل المربع. ثم قامت بعرض

المسألة على جميع طلبة الصف السادس البالغ عددهم 145 حيث كانت إجاباتهم إمـــا 12 أو 17 (Falkner, Levi & Carpenter, 1999).

ولقد تطور البحث في الأخطاء الرياضية في موضوعات متقدمة، حيث تمحورت أخطاء الطلبة في جوانب متعددة منها عدم التمييز بين الحدود الجبرية المتشابهة وغير المتشابهة في مقدار جبري أو أكثر (أبو عواد، 2006)، وعدم التمييز بين المقدار الجبري والحد الجبري (الحروب، 2002؛ محمد؛ 2004؛ بلطية، 2004)، كما أن هناك أخطاء تتعلق بعدم التمييز بين العامل في الحد الجبري والمقدار الجبري ويظهر ذلك في المثال التالي

[(5− 5(3 س−7)=10]...◄0(3 س−7) = 10 (اليونس، 2004).

3- الأخطاء في البنية الجبرية الأساسية وتحليلها

1.3− الأخطاء في استخدام قانون توزيع عملية الضرب على عملية الجمع

وفيما يتعلق بأخطاء الطلبة في فك الأقواس، عند استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع، فيتم استخدام القاعدة غير الصحيحة التالية أ (ب+ج) = أ ب+ج (أحمد، 1995؛ أبو عواد، 2006 ; Hunter, 1995; Larson et al., 2001; Sharma, 1988; Perso, 1992 ; Dawkins, 2006; Esty, 1997) ويعدّ الخطأ في توزيع عملية الضرب على الجمع من أقل الأخطاء المفاهيميّة شيوعاً لدى طلبة الصف العاشر (ضبابات، 1999)، وعلى النقيض من ذلك فإن أعلى نسبة في الأخطاء الإجرائية لدى طلبة الصف التاسع، كانت في حل المسائل الكلامية المتعلقة بالمعادلات والمتباينات تلك النسبة التي تقابل الإجراء (الجزئية في قانون التوزيع) حيث بلغت 55% (أبو لبن، 1999)، وهذا يتفق مع ما توصلت له (الطيطي، 1989) إلى وجود أخطاء بأعداد كبيرة لدى طلبة الصف الثالث إعدادي (الصف التاسع حالياً)

تمثلت في ضعف التحليل وفك الأقواس حيث شملت أخطاء في فك الأقواس خاصة إذا كان القوس مضروباً بعدد ثابت؛ فإن الطالب يضرب العدد بطرف دون الآخر، ويخطئ الطلبة في تطبيق خاصية التوزيع في أماكن غير صحيحة حيث يوزع العامل على حاصل ضرب عوامل الحد الجبري ويتضح ذلك من خلال تبسيط المقدار الجبري [2(س ص=8)] بأسلوب خاطئ هكذا 2 س−2 ص=16، حيث بلغت نسبة هذا الخطأ لدى طلبة الصف العاشر 21% (اليونس، 2004)، وفي نفس السياق أشارت (محمد، 2004) إلى وجود خطأ في الإشارة السالبة بحيث تؤثر على أول حد في المقدار وبلغت نسبة هذا الخطأ 24.59%.

2.3- الأخطاء في العمليات على الحدود والمقادير الجبرية

وفي صدد الحديث عن أخطاء الطلبة في ضرب مقادير جبرية، وذلك في عدم حساب الحد الأوسط عند ضرب مقدارين ثنائيين، فيضرب المقدارين (2أ+3ب) (4أ+5ب) بصورة خاطئة هكذا 8أ^2+15ب^2 وبلغت نسبة هذا الخطأ لدى الصف السابع الأساسي 63.89% (محمد، 2004).

ومن ضمن أخطاء الطلبة في جمع الحدود الجبرية، ظهر من خلال مشاهدات صفية لحصص معلّمي رياضيات بنائيين أثناء تدريسهما لوحدة الجبر من المنهاج الفلسطيني للصف الثامن مجموعة من المفاهيم الخاطئة لدى الطلبة وكانت كما يلي:

- س+ س= س^2.
- 3س+5 س^2= (3+5) (س+ س^2)=8س^3.
- 2س^2+س=3 س^2 (العدوي، 2008).

وفي السياق ذاته هناك أخطاء ترتكب عند تبسيط المقادير الجبرية حيث أشار (Booth, 1984, Sleeman, et al., 1989) عندما سئل الطلبة عن إضافة 3 س إلى 4 كانت معظم إجاباتهم الخاطئة 7س، وهذا ما أكده هنتر(Hunter, 1995) بوجود إستراتيجية خاصة عادة يستخدمها الطلبة أثناء التعامل مع التعبيرات الجبرية ومن الأمثلة عليها س+ص لها نفس معنى س ص.

واستمراراً لأنماط أخطاء الطلبة في جمع الحدود الجبرية، يتم تجاهل معامل المتغير عندما يكون معامله (1) مثلاً (س+3 س+4 س=7س)، كما يقومون بجمع متغير مع ثابت، وجمع خاطئ للحدود المشابهة حيث يجمع أسسها عوضاً عن جمع معاملاتها، وجمع معاملات الحدود المختلفة وتتعدد صور هذا الخطأ ويظهر هذا من خلال المثال (3س+2ص=5س أو 5ص أو5 س ص)، ويخلط الطلبة بين الأس والعدد المضروب كما يظهر في الصيغة الجبرية التالية (س^{ن}=ن س) (محمد، 2004؛ اليونس، 2004؛ MacGregor, 1993) .

ولدى الطلبة أيضاً تصورات خاطئة تتعلق بالمفاهيم والإجراءات الرياضية في طرح المقادير الجبرية، حيث يعتبر بعض الطلبة عملية الطرح تجميعية، فعند تبسيط الصيغة الجبرية أ–(ب–ج) تتم بشكل خاطئ هكذا أ–ب–ج (Dawkins, 2006, Esty, 1997; Larson et al., 2001)، ويُعدّ الخطأ في جمع المقادير الجبرية وطرحها من أكثر الأخطاء شيوع لدى طلبة الصف العاشر (ضبابات، 1999)، وتتعدد صور أخطاء الطلبة في هذا النوع من الأخطاء حيث أشار (أبو عواد، 2006؛ اليونس، 2004) إلى وجود أخطاء في طرح معامل حد جبري من ثابت ويظهر من خلال المثال التالي (6–2 س=4) ويخلط الطلبة بين الجمع والطرح فمثلاً يبسط المقدار الجبري 3 س–6 س بطريقة خاطئة هكذا 9 س، بينما قلت نسبة الوقوع في هذا النوع من الأخطاء لدى طلبة الصف السابع لتصل إلى 10% ولكن تعود

وترفع النسبة المئوية إلى 42.86% عند طرح حدّين متشابهين بطرح معامل الحد الأصغر من معامل الحد الأكبر بغض النظر عن قيمته فمثلاً (2 س−5 س=3 س)، كما يخطئ الطلبة في جمع الأسس عند طرح الحدود المتشابهة كما يظهر في المثال (9 ص−2 ص=7 ص^2) بنسبة مئوية بلغت 24.7%، ويخطئ الطلبة في طرح المعاملات مع إهمال المتغيرات (6 س^2- س^2=5) (محمد، 2004).

ويخلط الطلبة بين عمليتي جمع وطرح المقادير الجبرية، وبين الجمع والضرب عند ضرب الحدود الجبرية، وبين ضرب المقادير الجبرية وطرحها، وجمع الأسس في حالة قسمة الحدود الجبرية، وجمع معاملات الحدود بالترتيب مع إهمال تجانسها، مثلاً يضرب بعض الطلبة المقدارين الجبريين (2 أ+4 ب) (6أ +4 ب) بأسلوب خاطئ هكذا 8أب+ 8أب، كما ويرتكب بعض الطلبة أخطاء في حالة الضرب والقسمة نتيجة عدم ألفتهم بقاعدة الإشارات، وإهمالهم للإشارات والأسس، ويخطئ الطلبة في حذف الأسس المتساوية عند القسمة على سبيل المثال (س^5÷س^5=س)، ويخطئ الطلبة عند ضرب الحدود فالناتج يكون بأكبر أس كما في المثال (−5أ ب×3أ^{2}ب^3 =15 أ^2 ب^3) (ن.م.س، 2004).

وفي مجال الأخطاء في العمليات على الكسور الجبرية أشار لارسون واستي (Larson et al., 2001; Esty, 1997) إلى وجود معتقدات خاطئة حول تبسيط عملية القسمة حيث تتم باستخدام الضرب التبادلي على سبيل المثال (أ /ب)/ج=أ ج/ب.

3.3- الأخطاء في تبسيط الحدود والمقادير الجبرية

ولقد أشار (Margilues, 1993; Parish & Ludwig, 1994) كما ورد في (Erbas, 2004) إلى أن هناك استعمال خاطئ للاختزال ويظهر ذلك عند اختصار الأشياء المتشابهة عند تبسيط الكسور الجبرية منها:

3/س+3/ص =3/ (س+ ص)، أو س+ ص/ ع + ل = س/ع + ص/ل، أو أ + ب/ ب= أ

ويقع الطلبة في أخطاء التعميمات (mis-generalizations) عند تبسيط الصيغ الجبرية حيث يعمم القاعدة بصورة خاطئة من (أ /ب ÷ س/ص = أ ص/ب س) إلى

(أ /ب+س/ص=أ ص/ب س) (Laursen, 1978)، كما ويخطئ الطلبة في جمع الكسور الجبرية والتي لها نفس البسط كما يظهر في المثال التالي ($\frac{A}{B}+\frac{A}{C}=\frac{A}{B+C}$) (Nishizawa, Matsui & Yoshioka, 2003).

ويخطئ طلبة الصف التاسع الأساسي في تبسيط المقدار الجبري (س^2+ س)/س إلى س وفسر برنارد (Bernard, 1989) ذلك بسبب عدم التمكن من الحقائق الأساسية، بالإضافة إلى عدم وجود معرفة كافية بالمفاهيم والرموز.

وفيما يتعلق بالأخطاء عند إيجاد مفكوك مربع حد جبري وذلك بتربيع العدد دون تربيع المتغير أو العكس على سبيل المثال عند إيجاد مفكوك (5ص)^2 يبسط بطريقة خاطئة هكذا 25 ص (أبو عواد، 2006؛ Dwakins, 2006 ;Esty, 1997)، وفي نفس السياق بالنسبة لإيجاد مفكوك مربع مقادير جبرية، أشار كل من (العدوي، 2008؛ اليونس، 2004; al., Larson et 2001 Schoenfeld, 2005; Esty, 1997; Dawkins, 2006) إلى تعدد أنماط أخطاء الطلبة في توزيع القوة في مربع مجموع، أو فرق حديّن على كل من الحدّين، ويظهر ذلك من خلال تبسيط المقدار الجبري (س+ص)^2 بصورة خاطئة هكذا س^2+ص^2، كما يعتقد بعض الطلبة أن المربع الكامل= ضعف حاصل ضرب الحدّين كما يظهر في المثال (3 ل−5 م)^2=30 ل^{2}م^2 (محمد، 2004)، وهناك استدعاء خاطئ لمفكوك مربع فرق بين حدّين بتغيير في مواقع الإشارات، فمثلاً تربع الصيغة الجبرية (س− ص)^2 بصورة خاطئة

هكذا س^2+2 س ص– ص^2، ويتم معاملة العبارة التربيعية التي تشكل مربعاً كاملاً على أنها فرق بين مربعين (اليونس، 2004).

هذا وكشفت الدراسات عن وجود أخطاء لدى الطلبة في توزيع القوة في مجموع مكعبين على كل من الحدّين كما يظهر في المثال (س +2)^3=س^3 +8 (Scofield, 2003)، بينما يحلل طلبة الصف الثامن الأساسي الفرق بين مكعبين باستخدام قاعدة غير صحيحة كالتالي: (س^3–ص^3)=(س– ص) (س^2– س ص+ص^2) (العدوي، 2008).

وأظهرت نتائج الدراسات عن وجود أخطاء لدى الطلبة في استخراج الجذر التربيعي حيث يخطئ الطلبة في إيجاد الجذر التربيعي لحد جبري، وذلك بإيجاد جذر العدد دون إيجاد جذر المتغير والعكس (Dawkins, 2006; Larson, 2001).

كما يوزع الجذر على مجموع أو فرق حدّين بإيجاد الجذر التربيعي للحدّين كما يظهر في تبسيط المقدار الجبري $\sqrt{س^2+ص^2}=\sqrt{س^2}+\sqrt{ص^2}$ = س+ ص (ضبابات، 1999؛ اليونس، 2004؛ Dawkins, 2006; Marquis, 1988; Scofield, 2003) كما يخطئ الطلبة في إيجاد الجذر الموجب وإهمال الجذر السالب عند إيجاد جذور العدد (الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004).

ويرتكب بعض الطلبة أخطاء في عدم تغيير إشارة المتباينة عند قسمة أو ضرب طرفي المتباينة على عدد سالب ويظهر ذلك في المثال التالي 2 (2– س)>12 يؤدي إلى س>–4 (Marquis, 1988).

4.3- الأخطاء في حل المعادلات

لقد تم التعرف بعمق على أخطاء الطلبة حول حل المعادلات، حيث تعدّ المفاهيم الخاطئة حول الأعداد والمتغيرات والإشارات بشكل منفصل سبباً في وجود صعوبات في حل المعادلات (Perso, 1992) وقد أشار كل من (Kieran, 1989; Perso, 1992; Wagner & Parker, 1993) كما ورد في (Erbas, 2004) و(أحمد، 1995؛ Lee, 2002; Sleeman, et al., 1989) إلى أن هنالك محاولة لتذكر قواعد مثل التغيير من جانب أثناء عملية حل المعادلة، يتم بتغيير الإشارة ونفس الشيء يحدث لكلا الجانبين، هذا بدوره يؤدي إلى مفاهيم خاطئة منها أن العملية العكسية تستعمل في الجانب الآخر من المعادلة، وليس نفس العملية. ويقع الطلبة في أخطاء عند حل المعادلات الرياضية تتعلق بالنظير الضربي والنظير الجمعي حيث يستخدم الطلبة أياً منهما ليحل مكان الآخر كما أن هناك أخطاء متعلقة بالاستخدام الخاطئ لخاصية الإضافة وخاصية الضرب عند حل المعادلات، وهناك استدعاء خاطئ للقانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد، وهناك أخطاء في إيجاد قيمة متغير عند حل نظام من المعادلات في متغيرين خطي أو تربيعي ولا يجد قيمة المتغير الآخر (ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004)، ولدى الطلبة أخطاء في إيجاد القيمة العددية لمقدار جبري (أبو عواد، 2006؛ أحمد، 2003؛ أحمد، 1995). ويلجأ بعض الطلبة إلى التخمين وذلك بالتعويض بأرقام مباشرة في المعادلة دون حلها بالشكل الصحيح (أبو لبن،1999؛ ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989).

أ- أخطاء في حل المعادلات الخطيّة

من ناحية أخرى تم تلخيص عدة أنواع من الأخطاء في حل المعادلات الخطيّة كما أشار شارما (Sharma, 1988) على النحو التالي:

- أخطاء حسابية : تتعلق بالحقائق الأساسية، والخوارزميات الخاطئة، وأخطاء في العمليات وترتيبها.
- أخطاء تتعلق بخصائص الأعداد : التجميعية، والتوزيعية (أخطاء الإشارة في التوزيع)، والنظير الجمعي، وأساسيات القواعد.
- أخطاء إجرائية: إساءة استخدام الإشارات، وأخطاء في العملية العكسية.
- أخطاء مفاهيميّة: سوء فهم للثوابت والمتغيرات.

وهناك مجموعة أخرى من الأخطاء الشائعة في حل المعادلات الخطيّة، يجدر ذكرها مثل:

- الحفظ الآلي لخطوات الحل دون فهمها.
- عدم الاهتمام بالأفكار الأساسية التي يستند إليها الحل؛ حيث يهمل الطلبة الفكرة الأساسية التي تكمن مثلاً وراء إيجاد مجموعة الحل لكل نوع من أنواع المعادلات التي درسوها.
- سلبية التفكير في حل المشكلة أو المسألة اللفظية التي يؤول حلها إلى معادلة.
- ضعف القدرة على التعبير الرمزي الصحيح عن معطيات الموقف وشروطه.

- عدم القدرة على تذكر الحقائق أو القواعد أو القوانين التي سبق للطلبة دراستها في سنوات سابقة.
- أخطاء في إجراء العمليات الجبرية المختلفة، مثل جمع وضرب المقادير الجبرية، حيث سبق للطلبة دراستها في مراحل عمرية وتعليمية سابقة (أحمد، 1984).

وفي مجال تحليل الأخطاء الشائعة في حل المعادلات الجبرية لدى طلبة المرحلة المتوسطة، ومعرفة العلاقة بين أخطاء هؤلاء الطلبة ومرحلة نموهم العقلي في ضوء نظرية بياجيه، فقد أظهرت النتائج وجود أخطاء في موضوع حل نظم المعادلات في مجهولين، وكان أكثرها تكراراً لدى طلبة الصف الثامن، كما تكررت أخطاء الطلبة في الأسئلة التي تحتاج إلى مهارة في التعامل مع الكسور، كما تبين أن أهم أسباب ظهور تلك الأخطاء هو ضعف الطلبة في المفاهيم والمهارات الحسابية الأساسية، كالعمليات القائمة على الأعداد الكسرية كما بينت الدراسة أن 14.7% فقط من طلاب المرحلة المتوسطة وصلوا لمرحلة العمليات الشكلية -حسب تصنيف بياجيه- وأن 22.4% ما زالوا في مرحلة العمليات المحسوسة، ويقع بقية الطلاب 62.9% في المرحلة الانتقالية، وقد أظهرت الدراسة علاقة موجبة بين أخطاء الطلبة ومرحلة نموهم العقلي (العويشق، 2001).

كما أنّ العديد من الدراسات أشارت إلى إخفاق الطلبة في بناء معادلات جبرية بسيطة (Cooper, 1984; Lochhead & Monk, 1981; Mestre, 1988) حيث أشارت إلى أن الطلبة يرتكبون أخطاءاً بسبب:

- الإخفاق في الترجمة النحوية (syntactic translation) باستبدال الكلمات المفتاحية بالرموز الرياضية بشكل متسلسل من اليسار إلى اليمين؛ دون الاكتراث إلى المعنى

على سبيل المثال عدد القطط ستة أضعاف عدد الكلاب، حيث ق تدل على عدد القطط، ك تدل على عدد الكلاب تترجم بطريقة خاطئة هكذا 6 × ق=ك.

- تأثير الخدع على الصور العقلية (مثلاً: يتم التعبير عن 20 طالباً وعدد من المعلمين بصورة خاطئة هكذا 20 ط + م، 20 ط = م أو 20 ط/م).

هذا ويرتكب الطلبة أخطاءاً عند حل المعادلتين الخطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف، وذلك عند عدم التأكد من توحيد معاملات المتغير المراد حذفه (أبو لبن، 1999؛ ضبابات، 1999)، إضافة إلى الخلط بين حل معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف والتعويض وفي كتابة مجموعة الحل (ضبابات، 1999).

ب- الأخطاء في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

وفي سياق الأخطاء في التحليل إلى العوامل الأولية، يخطئ الطلبة في تحليل عبارة أولية، فمثلاً يحلل المقدار الجبري ($س^2+4$) بصورة خاطئة هكذا (س+2) (س−2) (العدوي، 2008، اليونس، 2004)، كما يرتكب طلبة الصف السابع الأساسي أخطاء في استخراج أحد العوامل المشتركة؛ وليس العامل المشترك الأكبر عند تحليل مقدار جبري إلى عوامله الأولية (أبو عواد، 2006)، ويخفق طلبة الصف الثامن في تمييز مفهوم الفرق بين مربعين (الحروب، 2002)، كما تبين أن أعلى نسبة تكرار للخطأ هي 73.5% وذلك عند إكمال المربع لمقدار من الدرجة الثانية يحوي معاملاً نسبياً (العويشق،2001)، ويرتكب الطلبة أخطاء في عدم تمييز الصورة العامة للعبارة التربيعية، وعدم التمييز بين صورة العبارة التربيعية على صورة مربع كامل وغيرها (الحروب، 2002)، ويقع الطلبة في أخطاء عند حل المعادلات التربيعية منها الخطأ في كتابة المميز والقانون العام، إضافة إلى ارتكاب أخطاء

في إيجاد معامل س^2، معامل س، والحد الثابت عند الحل باستخدام القانون العام، وتستمر أخطاء الطلبة في عدم كتابة (= صفر) عند تحليل المعادلات التربيعية (ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989)، ويخطئ الطلبة في تحليل العبارة التربيعية على صورة فرق بين مربعين عند الحل باستخدام طريقة إكمال المربع (ضبابات، 1999).

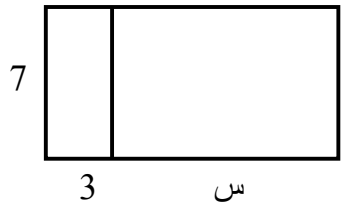
إضافة إلى وجود أخطاء عند حل المعادلات الكسريّة، منها الخطأ في الضرب التبادلي، والخطأ في إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات عند حلها (ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989). وهناك أخطاء لدى الطلبة في معالجة المعادلات التي تحوي معاملات كسرية والعجز عن التخلص من هذه المعاملات بأسلوب رياضي سليم (أحمد، 1984).

كما وكشفت نتائج بعض الدراسات عن وجود أخطاء في العمليات على الكسور الجبرية، منها إهمال توحيد المقامات عند جمع الكسور الجبرية (الطيطي، 1989، اليونس، 2004).

ولقد تمحورت أبرز الأخطاء لدى الطلبة في إيجاد العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لمقادير جبرية بالخلط بينهما (أبو عواد، 2006؛ الحروب، 2002).

5.3- الأخطاء في التمثيل الجبري للأفكار الهندسية

وفي تحليل لأخطاء الطلبة في التمثيل الجبري للأفكار الهندسية، ظهر ذلك في عدم مقدرة الطلبة على تحديد نوع العملية اللازمة للمسألة (الإبراهيم، 2001)، ولقد استخدم بوث (Booth, 1984) أحد بنود مشروع المفاهيم في الرياضيات والعلوم الثانوية (CSMS) الذي هدف إلى إيجاد مساحة مستطيل كما يظهر في الشكل



بعض إجابات الطلبة الخاطئة كانت 7×س×3 أو 21 س أو 21+س، والتي وقع فيها (42%) من الطلبة بعمر 13 سنة.

6.3- الأخطاء بالمسائل الكلامية المتعلقة بالجبر

وفي مجال المفاهيم الخاطئة المتعلقة بالمسائل الكلامية المتعلقة بالجبر، حيث أشار بوث (Booth, 2008) في دراسته التي هدفت إلى الكشف عن مدى تمسك الطلبة بالمفاهيم الخاطئة المتعلقة بخصائص المسائل الكلامية في قدرة الطلبة على حل المعادلات الجبرية بشكل صحيح وتعلم الإجراءات الصحيحة لحل المسائل، حيث تقدم 49 طالباً من مدرسة ثانوية قد أتموا مساق الجبر1 إلى اختبار قبلي وبعدي صمم لتقييم فهم المفاهيم المتضمنة (إشارة يساوي وإشارة السالب)، حيث أظهرت النتائج أن الطلبة الذين يبدؤون الدرس وهم يمتلكون مفاهيم خاطئة تتعلق بإشارة المساواة وإشارة السالب لها تأثير سلبي على حل المسائل الكلامية بشكل صحيح، وأشار العديد من الباحثين (Matz, 1980; Greeno, 1982, Booth, 1988) إلى الأخطاء التي يرتكبها الطلبة في تحديد أشكال التعابير الجبرية لصياغة المعادلات الجبرية من بيانات قدمت بالكلمات (Clement, 1982; MacGregor & Stacey, 1997; 1981 Rosnick, ؛ أبو عواد، 2006)، منها أخطاء في الترجمة من اليسار إلى اليمين (Crowley, Thomas & Tall, 1994).

ولتحديد مصادر الأخطاء عند تحويل الطلبة الجمل اللغوية إلى معادلات جبرية بسيطة، أجرى ولمان (Wallman, 1983) دراسة على طلبة جامعة ولاية أرزونا وهم في مستوى

السنة الثالثة والرابعة حيث درسوا مساقات الرياضيات، وأظهرت النتائج مجموعة من الأخطاء التي ارتكبتها الطالبات ذات مصادر رئيسة بسبب السرعة في الحل، إضافة إلى عدم قدرتهن على التفكير في المعادلة، وتحويل المعادلة من خلال المعنى الحقيقي للجملة، واستخدامهن لرموز غير جبرية أثناء قيامهن بتحويل الجمل إلى معادلات.

خامساً- دراسات حاولت التعرف على استراتيجيات التفكير التي يجريها الطلبة والمصاحبة لأخطاء شائعة عند حل المسائل الجبرية.

"It is only by asking the right, probing questions that we discover deep misconceptions, and only by knowing which misconception are likely do we know which question are worth asking"

(Malcolm Swan, 1983)

يشير بياجيه في عملية الارتقاء المعرفي، بأن الأطفال يفسرون الظواهر وفقاً لحيثيات خاصة بهم، والذي بدوره يؤثر على أداء مجموعة التفكير لديهم، ولهذا يفسرون الحوادث على أساس تطورهم النفسي العقلي الخاص (عبد الهادي، 2001).

ولا شك أنّ التبصر بمسارات تفكير الطلبة أي الخطوات العقلية التي يصل بها الفرد إلى حل للمشكلات سواء أكان ذلك الحل سليماً أم كان خاطئاً (هنـــدام، 1984) يتـــيح خلفيـــة مهمـــة لمساعدة المعلمين على فهم التصورات الخاطئة، ولو تسلح المعلمون بهـــذه المعرفـــة فـــإنهم يكونون في وضع أفضل لبناء التفكير، فالتحليل والتفكير الرياضي يشكلان المكونات الرئيسة لما يسمى "عملية الحل" من جانب الطلبة (بدوي، 2008)، ومن أجل الحصول على منظـــور واسع النطاق لمعرفة الطلاب عن الجبر؛ يمكن استخدام بعض المهام ليعبر الطلبة من خلالهـــا

عن فهمهم الرياضي بإعطاء تفسيرات، ورسم أشكال أو كتابة مسائل، وهي تتطلب من الطالب أن يفكر في المفاهيم بشكل أعمق، والربط بين الإجراءات (Smith & Stein, 1998) .

لقد تناولت العديد من الأبحاث إجراء مقابلات فردية لعدد من الطلبة للكشف عن استراتيجيات التفكير (طرق الحل) المصاحبة لأخطاء عند حل مسائل جبرية (Clement, 1982; Egodawatte, 2008; Lee & Star, 2005; Samo, 2009)، وفيما يتعلق بدراسة استراتيجيات التفكير المصاحبة للوقوع في بعض الأخطاء في مفاهيم المتغيرات والرموز في الجبر، لا بد من الإشارة لدراسة أوزدمير وأكجون (Ozdemir & Akg¨un, 2006) التي اعتمدت على دراسة الحالة بتحليل إجابات اختبار ل 158 من طلبة الصف الثامن، إضافة إلى تحليل مقابلات لبعض الطلبة، حيث أشارت النتائج إلى أن معظم الطلبة اعتقدوا بضرورة القيام بإجراءات روتينية عندما طلب منهم تحديد جميع قيم س التي تجعل المعادلة س+2=2+س صحيحة، حيث اعتقد 39 طالباً بوجود إجابة واحدة فقط لِ س، واتفقت نتائج تحليل المقابلات وتحليل الاختبار بوجود اعتقاد خاطئ مفاده عند وجود حروف مثل س، ص، ع، فإنه يجب القيام بإجراء روتيني بالنقل من طرف لآخر، كما تبين أن 15% من العينة استطاعوا رؤية المتغير س في المعادلة صحيحاً لجميع الأعداد، وأن 12% من العينة استطاعوا حل السؤال بطريقة صحيحة (س يمكن أن تكون أي عدد حقيقي) حيث أشاروا إلى وجود عدد لانهائي لقيمة س وعبروا عنه بطرق مختلفة، إضافة إلى أن معظم إجابات الطلبة أشارت إلى أن قيمة س عدد صحيح موجب أو عدد طبيعي، وتم تفسير ذلك بأن مجموعة الأعداد الحقيقية قدمت لأول مرة في الصف الثامن الأساسي. ولقد أشارت المقابلات الفردية إلى وجود ضعف في المعرفة المفاهيميّة والإجرائية في العمليات على المتغيرات، فتبين أن أكثر الأخطاء شيوعاً تتعلق بعمليتي جمع وطرح المقادير الجبرية، فيبسط المقدار الجبري

$5س^2-3س$ بصورة خاطئة هكذا $2س^2$، وذلك لأن الطلبة قد نسوا قاعدة قديمة وهي قاعدة "لا تجمع التفاح والإجاص"، والتي تعمم لتستخدم في سياق جبري.

وفي نفس الإطار تبين أن تصور الطلبة حول استخدام المتغيرات يؤثر على تصوراتهم الجبرية؛ لأن التعابير الجبرية هي مزيج من المتغيرات والإشارات، حيث أشار سامو (Samo, 2009) في دراسة حالة اعتمدت على إجراء ثماني مقابلات جماعية مع الطلبة، سبقها تقديم مهمة للكشف عن استراتيجيات التفكير والتي من شأنها تعزيز المناقشة، بأن العديد من الطلبة لديهم مفاهيم خاطئة حول تبسيط المقادير الجبريّة، حيث اتبع الطلبة ثلاث استراتيجيات خاطئة لتبسيط المقدار الجبري 3(س+2ص)، كما يبين الجدول **رقم (2-1):**

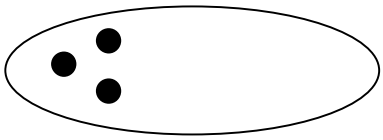
جدول رقم (2-1): استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في تبسيط المقدار الجبري 3(س+2ص) (Samo, 2009)

الاستراتيجية (1)	الاستراتيجية (2)	الاستراتيجية (3)
3 (س+2 ص) **3 س+2 ص** **5 س ص**	**3 (س +2 ص)** **3 س+ 6 ص** **9 س ص**	**3 (س +2 ص)** **3 س+ 2 ص** **3 س+ 6 ص**

يبدو من الاستراتيجيات الواردة أعلاه أن تجارب الحساب قد أثرت على تبسيط المقادير الجبرية بالسعي نحو الحصول على إجابة واحدة (أي مكونة من حد واحد).

وفي سياق آخر يتعلق بتمثيل الطلبة للكسور الجبرية، اعتمد الطالب (Mark) من الصف الثامن الأساسي في تعلم الكسور الجبرية على تجارب فردية للتعليم (Individual teaching experiments) وتم إجراء مقابلة عيادية أولية (قبلية)، وحلقات تعليمية (تشمل التدريس،

وتحليل واختبار الفرضيات)، تبع ذلك إجراء مقابلة عيادية (بعدية)، وقد تبين وجود مفاهيم خاطئة في تمثيل الكسور الجبرية حيث قام (Mark) بتمثيل 3/س بصورة خاطئة هكذا



الشكل رقم (2-1): تمثيل (Mark) للكسر 3/س
(Oksuz & Middleton, 2007)

وتم تمثيل ذلك بالشكل كجزء من كل، حيث مثل ذلك بدائرة كبيرة بداخلها 3 دوائر سوداء لتمثيل الجزء 3 لأنه لم يكن يعلم ما هي قيمة س، وترك الجانب الأيمن من الدائرة الكبيرة فارغاً لوضع بعض الدوائر وفقاً لقيم س، وبالتالي تم نسب الجزء الموجود للجزء غير الموجود، حيث أن الكسر بالنسبة له سيكون عدد النقاط المظللة إلى بعض الدوائر وليس إلى الكل (Oksuz & Middleton, 2007).

وفي بعد آخر تبين أن العديد من الطلبة الذين ينهون المرحلة الابتدائية لديهم مفاهيم خاطئة حول إشارة التساوي (Carpenter & Levi, 2000)، واستمراراً للمشروع الذي قامت به المعلمة فولكنر (Falkner) حيث طلبت من طلبة الصفين الأول والثاني الأساسيين كتابة جمل عددية تمثل حلهم للمسائل الكلامية، حيث فوجئت بإجاباتهم الخاطئة، وقامت بإجراء مقابلات مع بعض الطلبة الذين أعطوا الإجابة 12 على المسألة 5+ =8+4 وكانت مبرراتهم أن إشارة التساوي هي عبارة عن مصطلح، وأنه لا يوجد سبب منطقي يشير إلى أن إشارة التساوي لا تعني "إجراء عملية حسابية". اختارت فولكنر أن تطور فهم تلاميذها لإشارة التساوي من خلال نقاش المفاهيم الخاطئة حيث استفادت من عمل Robert Davis (1964) حيث وفرت النقاشات حول القضايا العددية سياقاً هاماً للأطفال لمناقشة التساوي حيث

أصبحت متداخلة حول المفاهيم الجبرية الحسابية الأخرى، وقد تم عرض السؤال والذي تضمن فهماً للعمليات والمتغيرات إضافة إلى التساوي، حيث طلبت فولكنر من الطلبة النظر إلى المسألة أ= ب+2، وقالت أن المسألة صحيحة ثم سألتهم أيهما أكبر أ أو ب، الأطفال الذين يعتقدون أن إشارة التساوي إشارة لعمل شيء ما واجهوا مشكلة في هذه المسألة، فهم قد يعتقدون أن ب هو أكبر بسبب إضافة 2 إلى ب وعدم إضافة شيء لِ أ، وافق الطلبة على أن أ ، ب هما رمزان متغيران مثلهما مثل المربع، وبعد ذلك اتفقوا بسرعة على أن أ هو الأكبر، وأظهرت النتائج أن الأطفال يطورون فهماً للتساوي من خلال تعلمهم عن الأعداد والعمليات الحسابية. وسيتيح لهم هذا الفهم التفكير في التساوي. وسيضع أسساً لتعلم الجبر في المستقبل.

وفي مجال تعلم الكسور الجبرية كأحد الموضوعات الرئيسة في الجبر، تم الكشف عن استراتيجيات تفكير خاطئة في تبسيط الكسور الجبرية، حيث أشارت نتائج دراسة (Hall, 2002) التي أجريت على طلبة الصفوف من التاسع إلى الحادي عشر، في تبسيط الكسور الجبرية، حيث قدم السؤال $\frac{س^2+3س-10}{س^2+2س-8}$، لِ (180) طالب، حيث استخدم (70) طالباً بعض الخطوات الصحيحة، وقام (44) طالباً باختصار $س^2$ من البسط والمقام ببساطة، في حين أجاب (41) طالباً، (س+5) وقام (20) طالباً بحل السؤال بشكل صحيح ولكن تركوا الإجابة النهائية $\frac{(س+5)(س-2)}{(س+4)(س-2)}$ دون تبسيط. ولقد قام 5 طلاب بالإجابة الصحيحة ولكنهم قاموا باختصار س في النهاية على النحو 4/5، وفي اليوم التالي تم إجراء مقابلات فردية مع هؤلاء الطلبة، وكان هناك تماثل في تبرير الطلبة حول تحليل المقادير الجبرية حيث أشاروا إلى وجود $س^2$، ولقد ألغوا (س−2) لأنها عامل مشترك، وعلى أي حال فهم لم يتوقعوا ذكر القاعدة التي اعتمدوا عليها في الحل. وفي مقابلة لأحد طلبة الصف الثامن حول تبسيط الكسر

الجبري $\frac{3س^2+1}{3ص-2} = \frac{س^2+1}{ص-2}$، حيث تم الاعتماد على قاعدة غير صحيحة في اختزال الكسور بإلغاء 3 كعامل مشترك بين البسط والمقام (Kirshner & Awtry, 2004) ، هـذا ويرتكب بعض الطلبة أخطاء تسمى الإلغاء المبدع (creative canceling) كما يظهر عنـد تبسيط المقادير الجبرية بصورة خاطئة كما يلي:

$$\frac{س + ص^2}{س^2} = \frac{س + ص^2}{س^2} = \frac{1 + ص^2}{س}$$

أو $\frac{س}{س + ص^2} = \frac{س}{س + ص^2} = \frac{1}{1+ص^2}$ (Rossi, 2008).

وفي صدد الحديث عن أخطـاء الطلبة فـي حـل المعـادلات الخطيّـة أظهـرت دراسـة (Lee & Star, 2005) والتي أجريت على 160 طالباً من الصف السادس الذين تعرضـوا لتجربة تضمنت تقديم أربع خطوات تم خلالها حل المعادلات الخطيّة (الإضافة لكلا الجانبين، ضرب كلا الجانبين، والتوزيع، وجمع التعابير الجبرية)، وتعرضوا لسلسلة مـن المعـادلات الخطيّة غير العادية، وتم تقديم بعض التسهيلات في الحل، تبع ذلك اختيار 23 طالباً عشوائياً من أجل المقابلات الفردية، وفي آخر يوم من المشروع تقدموا لاختبار بعدي، وقد أظهـرت تحليلات إجابات الطلبة وجود نوع من الأخطاء يسمى الإدخال (insertion) لدى ثلاثة طلبة من الذين تمت مقابلتهم كما يظهر في المثال التالي 2س+10=4س+20 حيث ارتكبوا خطـأ الإدخال كما يلي **4 س-** 2س+10=**4 س-** 4س+20، وإذن فقد تم انتهـاك قـانون الطـرح بالإدخال الخـاطئ للحـد، وبالمثـل ظهـر فـي 2(س+5)=4(س+5) حيـث أصـبحت 2-2 (س+5)= 4 -**2** (س+5) وذلك بطرح 2 من الطرفين (كما يعتقد الطالب) وهنـا ظهـر انتهاك لقانون التوزيع بالطرح من المعامل المضروب في القوس، وما كان مثيراً للانتباه عدم ظهور هذا النوع من الخطأ في دراسات سابقة تناولت حل المعادلة الخطيّة، هذا وقد صـنفت

الأخطاء لهذا النوع إلى قسمين رئيسين (Critic-related) وذلك بانتهاك قاعدة الإشـــارات، والاستقراء (Induction) تعود إلى التعميم الأكثر من اللازم أو الإفراط في التخصيص.
وفي صدد الإجابة عن سؤال حول إيجاد قيمة المجاهيل كما يظهر في المثال التالي:

$$\frac{30}{(9 - س^2)} + 1 = \frac{5}{3 - س}$$

تمكن 10 طلاب من الإجابة على السؤال بطريقة صحيحة، بينما لم يستطع 50 طالبـــاً حـــل السؤال ولقد أجاب 62% من الطلبة بطريقة خاطئة منها:

1- وجدوا قيمة عددية واحدة بسبب وجود مفاهيم خاطئة حول عـــدد جـــذور المعادلـــة التربيعية.

2- أخطاء في تحويل المعادلة المعطاة إلى الصورة أس^2 +ب س+ج= صفر بسبب وجود تحويلات جبرية خاطئة عند إيجاد الجذور في العمليات الحسابية على الكسور.

3- تخمـــين قيمـــة س عـــن طريـــق اختيـــار بعـــض الأعـــداد المميـــزة (Ozdemir & Akg¨un, 2006).

وتتنوع استراتيجيات التفكير المصاحبة لإجابات خاطئة عند إيجاد قيمة متغير، كما يبـــين الجـــدول رقم (2-2) نتـائج الطلبـة فـــي الإجابـــة علـــى الســـؤال: إذا كانـــت س= ص+ع، س+ ص+ ع=30، أوجد قيمة س؟

جدول رقم 2-2: استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في إيجاد قيمة متغير (Egodawatte, 2008)

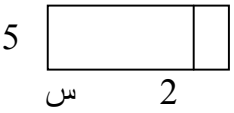
الاستراتيجية المستخدمة	التفكير المحتمل المؤدي للأخطاء
س=3/30	الاعتماد على المعادلة الثانية فقط، واعتبار س، ص، ع متساويين.
س+ص+ع =30 5+10+ 15=30 س=5	تخمين القيم ومراعاة زيادة القيم حسب الموقع في الترتيب الهجائي.
س+ ص+ع =30 س = 30	افتراض أنّ بعض القيم تساوي صفراً بشكل اعتباطي.
س+ص+ع =30 س = 30- ص -ع	الاعتماد على الأعداد الموجودة في المعادلة فقط.
س = 30 ص+ع	افتراض الإشارة ضرب بين س ، ص بدل الإضافة.

واستمراراً لأنماط استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء تم الكشف عن طرق تفكير الطلبة في القيم العددية لحل المعادلات الجبرية البسيطة في دراسة (Steinle et al., 2008) التي اعتمد في إعدادها على عمل (Fujii, 2003) حيث أجريت على 228 طالباً بعمر 7 سنوات و139 بعمر 8 سنوات في ملبورن (Melbourne)، أظهرت النتائج أن أكثر أنماط الأخطاء شيوعاً ظهرت عندما أجابوا عن قيمة س في المعادلة س+س+س=12 بطريقة خاطئة بإعطاء قيم مختلفة للمتغير س، أما البند التالي س+ص=16 فكان هناك خطأ في اعتقاد بعض الطلبة على أن س=ص=8 هي الإجابة الوحيدة لأنهم يعتبرون أن جميع المعادلات لها حل واحد، كما أظهرت إجابات الطلبة أن أقل من 10% من الطلبة كانت صحيحة بشأن هذه البنود في حين أنهما من أكثر أنماط الأخطاء شيوعاً 20% إلى 30% في المستوى العام.

أما كيران (kieran, 1998) فقد قامت بدراسة هدفت إلى تحليل العملية المستخدمة في حل المعادلات الجبرية وتحديد مكافئاتها في مراحل التعليم المبكر. وتستعرض الدراسة النتائج التي توصلت إليها من خلال ثلاث مراحل مرت بها حول تعلم الجبر. اشتملت المرحلة الأولى على مقابلات مع عشرة من طلبة الصف السابع والذين تراوحت أعمارهم ما بين 12،13 سنة، وذلك بغرض الكشف عن بعض الأفكار التي لديهم حول المعادلات وطرق حلها قبل البدء في تعليمهم موضوع الجبر. وتم إشراك ستة طلبة منهم في المرحلة الثانية من الدراسة والتي احتوت على تعليم الطلبة طرق حل المعادلات لمدة شهرين، تم خلالها التركيز على الإجراءات المنتظمة لتنفيذ العملية على طرفي المعادلة، وقد ركزت المقابلات القبلية والبعدية للمرحلة الثانية على المعادلات وإيجاد المكافئات لها، أما المرحلة الثالثة فقد احتوت على مقابلات مع تسعة طلبة آخرين من الصفوف العليا من طلبة الصف الثامن وحتى الصف الحادي عشر، ومن لهم تجربة أكبر في موضوع الجبر، وذلك بغرض الكشف عن الإجراءات التي يتبعونها في حل المعادلات والأخطاء التي يرتكبونها، وكذا طرق تحديد أزواج المعادلات المتكافئة. كما تمت أيضاً مقارنة أساليبهم مع الأساليب التي يتبعها المبتدئون ممن أعطوا المسائل نفسها. وقد كشفت الدراسة عن وجود مسارين متباينين لحل المسائل الجبرية، واتضح أيضاً أن أفراد المجموعة الأولى كانوا أكثر تقبلاً للطريقة التي درسوا بها. ووجد أيضاً أن هناك علاقة بين نظرتي أفراد الدراسة اتجاه المعادلات والطريقة المفضلة لديهم لحل المعادلات الجبرية.

وفي تحليل لاستراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في التمثيل الجبري للأفكار الهندسية، ظهر ذلك في عدم مقدرة الطلبة على تحديد نوع العملية اللازمة للمسألة لإيجاد مساحة المستطيل كما يبين الجدولان رقم (2-3) و(2-4).

جدول رقم (2-3): استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في إيجاد مساحة المستطيل



(Egodawatte, 2008)

الاستراتيجية المستخدمة	التفكير المحتمل المصاحب للأخطاء
س+2*5 س+10	كتابة الإجابة دون استخدام الأقواس.
5 *س+2 5س+2	نفس الاستراتيجية السابقة.

جدول رقم (2-4):استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في إيجاد مساحة المستطيل

(Samo, 2009)

الاستراتيجية (1)	الاستراتيجية (2)	الاستراتيجية (3)	الاستراتيجية (4)
طول المستطيل = س، 4 عرض المستطيل = 4 المساحة = الطول × العرض المساحة = 4 × 4 المساحة = 16	طول المستطيل = س، 4 عرض المستطيل = 4 المساحة = الطول × العرض المساحة = 4 × س المساحة = 4 س	المساحة= الطول × العرض المساحة = 4 (س،4) المساحة = 16س	المساحة = 4 س×4 المساحة = 16س

يظهر من خلال الاستراتيجيات المستخدمة أن لدى الطلبة أخطاء في تحديد الطول بأنه س+4، ومن الواضح من هذه الإجابات أن تصورهم لمفهوم المتغير غير واضح، وأثناء المقابلات عندما قيل لهم إذا كان طول المستطيل 8 و4 ماذا سيكون الطول؟ أجابوا 12 متراً، هذا يدل على أنه ليس لديهم فكرة واضحة عن الكيفية التي يمكن أن تحصل على طول إذا كان جزء يحتوي على متغير. وتشير البيانات إلى أن لديهم فهماً واضحاً للحصول على طول

ينبغي الإضافة، لكن لم يكونوا قادرين على كتابة س+4. على سبيل المثال في الاستراتيجية (3)، لدى الطلبة فكرة واضحة على أن (س،4). ولا شك أنّ مزيداً من الضوء على الفهم النظري للعملية في بعض الأحيان لا يساعدهم في رمزية التمثيل، والأسلوب الأكثر شيوعاً لدى الطلبة التجاهل الكلي للمتغير س، بسبب محدودية الفهم النظري لاستخدام المتغير في الجبر. وعلاوة على ذلك، فإن البيانات التي تم تحديدها أيضاً هي أن الطلاب يشعرون بصعوبة في الانتقال من الحساب إلى الجبر.

أما فيما يتعلق بالحديث عن استراتيجيات التفكير المصاحبة للوقوع في أخطاء عند حل المسائل الجبرية الكلامية، فقد قام ايجودوت (Egodawatte, 2008) بتطبيق اختبار في الجبر مكون من ثلاثين بنداً على طلبة الصفين التاسع والعاشر الأساسيين في إحدى المدارس العليا في سريلانكا، كما وأجرى مقابلات فرديّة اعتمد في إعدادها على أعمال (Newman, 1977; Casey, 1978; Cements, 1980) وتمت مقابلة (64) طالباً تم اختيارهم بطريقة تضمن أكبر تشكيلة من الأخطاء التي وقع فيها الطلبة، وذلك بعد أسبوعين من تطبيق الاختبار وتم تسجيلها سمعياً، حيث طلب منهم حل أسئلة على ورقة وتقديم تفسيرات شفوية على حلهم عند الضرورة ولقد استغرقت كل مقابلة من 15–30 دقيقة، ولقد صنفت الأسئلة الرئيسة في جدول المقابلات إلى ثمانية أقسام رئيسة هي: القراءة، والفهم، والتفسير، والاستراتيجية/ اختيار المهارات، والعملية، والترميز، والتعزيز، والتحقق.

ومن تحليل إجابات الطلبة الخاطئة أظهرت النتائج أن أكبر عدد من الأخطاء ظهر أثناء مرحلة العملية وبلغت 57.8% من عملية الحل، تبع ذلك أخطاء الفهم وبلغت 21.9%،

وأخطاء الترميز 15.6%، وأخطاء التحقق 4.7%، كما لا يوجد لدى الطلبة أي مشاكل في قراءة الأسئلة.

1- تحويل المسائل الكلامية إلى لغة جبرية وبلغت نسبة الخطأ 49.4%:

كان السؤال: إذا كانت (Amala) أكبر بأربع سنوات من (Nimala)، وكان مجموع عمريهما 28 سنة، كم يبلغ عمر (Amala)؟ الجدول رقم (2-5) يبين النتائج :

جدول رقم (2-5):استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء في تحويل المسألة الكلامية إلى لغة جبرية (Egodawatte, 2008)

الاستراتيجية المستخدمة	التفكير المحتمل المصاحب للأخطاء
عمر (Amala) = س عمر (Nimala) = س+4	اعتبار المتغيرات للأعمار لها نفس الترتيب كما تظهر في المسألة بدون مراعاة المقادير.
عمر (Amala) = س عمر (Nimala) = 4 س	نفس التفكير السابق لكنه اعتبر س+4 نفس 4 س (الضم) أي جمع متغير مع ثابت.
	اعتبار المتغيرات لها نفس الترتيب الصحيح لكن ضم س+ 4 مثل 4 س.
عمر (Amala) = س عمر (Nimala) = ص 4 س – ص = صفر س + ص=28	نفس التفكير السابق لكنه يستخدم متغيرين.
عمر (Amala) = س عمر (Nimala) = ص س+4 =ص، س+ص=28	الترجمة المباشرة لكلمات المسألة دون مراعاة المقادير الجبرية.

هناك فهم غير صحيح للمفاهيم الأساسية الذي يحتاج لبناء علاقة جبرية، حيث يحاول الطلبة في أغلب الأحيان أن يترجموا كلمة بكلمة من المسألة إلى اللغة الجبرية التي يحدث خلالها تحويلات خاطئة.

اهتمت دراسة روزنك وكلمنت (Rosnick & Clement, 1980) ودراسة وولمان (Wollman, 1983) أثناء ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات رمزية، مثل المسألة التالية:

أكتب معادلة تعبر عن العلاقة بين عدد الطلاب وعدد المعلمين في الجامعة علماً بأن عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين، استخدم الحرف ط للدلالة على عدد الطلبة، والحرف م للدلالة على عدد المعلمين، ما يقارب نصف الطلاب في الدراستين ترجموا المسألة السابقة إلى 6 ط=م بدلاً من المعادلة الصحيحة وهي ط=6 م هؤلاء الطلاب كانوا مقتنعين بأن إجابتهم صحيحة لأن 6 ط كانت تعني بالنسبة لهم "ستة طلاب" بدلاً من "6 × عدد الطلاب" والمعادلة 6 ط=م تعني "ستة طلاب تقابل كل معلم" بدلاً من "6 × عدد الطلاب يساوي عدد المعلمين" وهو ما يخالف المعنى الموجود في المسألة.

تباينت الدراستان تبايناً كبيراً في النتائج فبينما أكدت دراسة روزنك وكلمنت على صعوبة تصحيح الأخطاء عندما تكون متأصلة عند الطلاب ولها معنى عندهم ، جاءت دراسة وولمان لتؤكد على عكس ذلك. وفي دراسة وولمان كانت 10 دقائق تدريس كافية لتصحيح مفاهيم 16 طالباً من أصل 17 كانوا يعتقدون أن 6 ط = م هو الحل الصحيح للمسألة أعلاه، ففي المسائل الكلامية الجبرية على الطلبة التركيز في تمثيل المسألة بتعابير جبرية أولاً، كما أن الطلبة غالباً ما يمكنهم وصف إجراءات الحل لفظاً إلا أنه لا يمكنهم معرفة التمثيل الجبري للإجراءات. ففي دراسة (Swafford & Langrall, 2000) والتي هدفت إلى البحث حول استعمال طلبة الصف السادس للمعادلات لوصف وتمثيل المشكلات في تعلم الجبر الرسمي، تم مقابلة 10 طلبة 5 منهم ذكور و5 من الإناث من مستويات متوسطة ومرتفعة، حيث قدم لهم سلسلة من المهمات ممثلة في ست مسائل تمثل معادلات خطية ولا خطية، ولقد أظهرت

النتائج قدرة رائعة لتعميم حالات المشكلة ولكتابة المعادلات باستخدام المتغيرات في أغلـــب الأحيان، بالرغم من أن غالبية الطلبة قادرون على كتابة المعادلات، إلا أنهم استخدموها بشكل نادر في حل المشكلات ذات العلاقة، وهذا يثير أسئلة حول قدرة المنهج الأكثر ملائمة للبناء على معرفة الطلاب الحدسية للجبر.

ملخص الدراسات السابقة:

يتبين من الدراسات السابقة أنّ بعضها تناول الأخطاء في موضوعات رياضية واسعة المجال كمشروع المفاهيم في الرياضيات والعلوم الثانوية Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS)، ومشروع الاستراتيجيات والأخطاء في الرياضيات الثانوية Strategies and Errors in Secondary Mathematics (SESM)، وبالتالي اتصفت أنماط الأخطاء المنبثقة عنها بالعمومية. في حين تناول بعضها موضوعات أكثر تحديداً في تناولها فرعاً من الرياضيات كالحساب (أبو عواد، 2006؛ البستنجي، 1993؛ الهزايمة، 2007 ; Blando, 1989; Elbrink, 2007; Sadi, 2007) والهندسة (Cutugno & Spagnolo, 2002؛ Orhun, 2001؛ أبو عواد، 2006؛ البدور، 2005؛ القدسي، 2006؛ النور، 2003) وغيرها، كما لوحظ اقتصار معظم الدراسات في الكشف عن أخطاء الطلبة من خلال الاختبارات التشخيصية.

حيث زخر ميدان تعليم الرياضيات بدراسات متنوعة قامت على منهجية تحليل الأخطاء، ووجدت العديد من الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية (أبو عواد، 2006؛ الطيطي، 1989؛ Dawkins, 2006; Hunter, 1995; Larson et al., 2001; Sleeman, et al., 1989) كما لوحظ تنوع استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء الطلبة في المفاهيم الجبرية الأساسية والتي اعتمدت أساساً على استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، والذي انعكس على صورة خلل في البنية الجبرية الأساسية لدى الطلبة، حيث تم التوصل إلى وجود تصورات خاطئة في البنية المعرفية لدى الطلبة تتعلق بالمفاهيم والتعميمات والإجراءات الرياضية المتضمنة في الكتب المدرسية.

يمكن وصف استراتيجيات التفكير لدى الطلبة والمصاحبة لأخطاء في حل المسائل الجبرية بأنها متنوعة. هذا يبين أن المفاهيم الجبرية في أذهان الطلبة عبارة عن كيانات مستقلة بذاتها لا توجد علاقات أو روابط بينها، كما ويمتلك الطلبة بعض التعميمات الخاطئة (العدوي، 2008)، إضافة إلى الاستناد على خوارزميات غير صحيحة (اليونس، 2004).

وتبين من هذه الدراسات أن هناك أنماطاً عديدة من الأخطاء المرتكبة من قبل الطلبة نتيجة لعدم استخدام الطرق السليمة للحل، إضافة إلى عدم استخدام قواعد النظام الجبري بشكل صحيح. وظهر على صورة نقص وعجز لدى الطلبة في معرفة وفهم البنية الجبرية الأساسية بشكل عام.

وتناولت بعض الأبحاث إجراء مقابلات فردية لعدد من الطلبة للكشف عن استراتيجيات التفكير (طرق الحل) المصاحبة لأخطاء عند حل مسائل جبرية (Clement, 1982; Egodawatte, 2008; Lee & Star, 2005; Samo, 2009) ولقد أشارت المقابلات إلى وجود ضعف في المعرفة المفاهيميّة والإجرائية في الجبر لدى الطلبة، كما ظهر عدم مقدرة الطلبة على تحديد نوع العملية اللازمة للمسألة لإيجاد مساحة المستطيل، بسبب محدودية الفهم النظري لاستخدام المتغير في الجبر (Egodawatte, 2008; Samo, 2009).

هذا وتتفق الدراسة الحالية مع بعض الدراسات السابقة في الهدف، لكنها تميّزت عن الدراسات السابقة بأنها أعمق، حيث استفادت الباحثة من الدراسات السابقة في إعداد الاختبار التشخيصي للدراسة الحالية وتحديد طريقة التحليل.

الفصل الثالث

إجراءات الدراسة

يتناول هذا الفصل وصفاً لكل من منهج الدراسة ومجتمع الدراسة، وعينة الدراسة، وطريقة اختيارها، وأدوات الدراسة المستخدمة، وطريقة إعدادها، وإجراءات حساب الصدق والثبات، وآليات جمع البيانات وطرق إدخالها، إضافة إلى الإجراءات التي قامت بها الباحثة بهدف تحقيق أهداف الدراسة، وهي استكشاف الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية وأنماط تكرارها في كل من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، والتعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء، إضافة إلى التعرف على مدى ثبات هذه الأخطاء عند حل نفس المسائل و مسائل مشابهة مرة أخرى.

منهج الدراسة

اتبع في هذه الدراسة المنهج الكمي والكيفي (الوصفي)، فالجزء الكمي تضمن احتساب النسب المئوية لكل نوع من أنواع الأخطاء التي وقع فيها الطلبة في الاختبار التشخيصي، فيما تمثل الجزء الكيفي بإجراء الباحثة لمقابلات فرديّة وتحليلها بهدف التعرف بعمق على استراتيجيات التفكير التي يستخدمها الطلبة والمصاحبة لأخطائهم الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية، ومعرفة مدى ثباتها لديهم.

مجتمع الدراسة

تكوّن مجتمع الدراسة من جميع طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في مدارس الحكومة التابعة لمديرية القدس ومدارس وكالة الغوث الدولية في مدينة القدس الشرقية للعام الدراسي

2010/2009، والبالغ عددهم في السجلات الرسمية لدى وزارة التربية والتعليم العالي الفلسطينية (2844) طالب وطالبة (1054 ذكر، 1790 أنثى) موزعين على (49) مدرسة حكومة (26)، ووكالة (5)، وموزعين على (100) شعبة، حكومة (83)، ووكالة (17)، يبين الجدول رقم 3-1 بعض الإحصائيات حول مجتمع الدراسة:

جدول رقم 3-1: توزيع مجتمع الدراسة

من حيث أعداد المدارس والشعب والطلبة حسب جهة الإشراف

جهةالاشراف / الصف	حكومة- مديرية القدس			وكالة الغوث الدولية			المجموع		
	عدد المدارس	عدد الشعب	عدد الطلبة	عدد المدارس	عدد الشعب	عدد الطلبة	عدد المدارس	عدد الشعب	عدد الطلبة
الثامن	23	41	1097	5	11	396	28	52	1493
العاشر	19	42	1146	2	6	205	21	48	1351

عينة الدراسة

قبل جمع البيانات، تم اختيار عينة عشوائية بسيطة (simple random sample) تتكون من 20 شعبة وتتضمن (584) طالب وطالبة تقريباً موزعين على 10 مدارس في القدس الشرقية، بالإضافة إلى عينة عشوائية مكوّنة من (20) طالباً وطالبة من أفراد شعب عينة الدراسة.

حيث تكونت عينة الدراسة من (20) شعبة موزعة على النحو التالي (10 شعب من الصف الثامن، و10 شعب من الصف العاشر) أي بنسبة 20% من عدد الشعب، من مدارس القدس الشرقية الحكومية التابعة لمديرية القدس، والتابعة لوكالة الغوث الدولية، ثم تم اختيار الشعب من هذه المدارس بطريقة عشوائية وبلغ عدد الطلبة (584). هذا وقد استثني (51) فرداً من هذه العينة لأسباب تتعلق بالغياب، حيث تم تطبيق الدراسة على (533) طالباً وطالبة في

20 شعبة في مدارس القدس الشرقية الحكومية التابعة لمديرية القدس، والتابعة لوكالة الغوث الدوليّة، وبعد جمع البيانات أصبح العدد المؤهل للتحليل (529) طالباً وطالبة. ويظهر الجدول رقم (3-2) الإحصائيات حول عينة الدراسة.

جدول رقم 3-2: توزيع عينة الدراسة

شعب العينة حسب الصف وجهة الإشراف

جهة الإشراف / الصف	المدارس الحكومية / القدس	مدارس وكالة الغوث	المجموع
الثامن	7	3	10
العاشر	8	2	10
المجموع	15	5	20

ويظهر الجدولين رقم (3-3، 3-4) الإحصائيات حول عينة الدراسة.

جدول رقم (3-3): توزيع طلبة عينة الدراسة

حسب المدرسة وجهة الإشراف وعدد الطلبة وعدد الشعب للصف الثامن الأساسي

المدرسة	جهة الإشراف	عدد الطلبة	عدد الشعب
مدرسة أ الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	54	2
مدرسة ب الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	46	2
مدرسة ج الأساسية للذكور	المدارس الحكومية	28	1
مدرسة د الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	28	1
مدرسة هـ الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	30	1
مدرسة ع الأساسية للذكور	مدارس وكالة الغوث	24	1
مدرسة و الأساسية للبنات	مدارس وكالة الغوث	80	2
المجموع		290	10

جدول رقم (3-4): توزيع طلبة عينة الدراسة

حسب المدرسة وجهة الإشراف وعدد الطلبة وعدد الشعب للصف العاشر الأساسي

المدرسة	جهة الاشراف	عدد الطلبة	عدد الشعب
مدرسة ز الأساسية للذكور	المدارس الحكومية	37	2
مدرسة ب الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	45	2
مدرسة د الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	31	1
مدرسة ش الأساسية للذكور	المدارس الحكومية	24	1
مدرسة ك الأساسية للبنات	المدارس الحكومية	22	1
مدرسة ع الأساسية للذكور	مدارس وكالة الغوث	47	2
مدرسة و الأساسية للبنات	مدارس وكالة الغوث	37	1
المجموع		243	10

أدوات الدراسة

اعتمدت هذه الدراسة على أداتين في جمع البيانات، هما: اختبار مقالي تشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية، ومقابلات فرديّة، لتوفر عمقاً في الكشف عن استراتيجيات التفكير المصاحبة للوقوع في الأخطاء الشائعة ومعرفة مدى ثباتها لدى الطلبة، وفيما يأتي تفصيل لكل أداة:

أولاً- الاختبار التشخيصي

هدف هذا الاختبار إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في المفاهيم الجبرية الأساسية، ولتشخيص أداء الطلبة بفاعلية، بُنيت فقرات

الاختبار من نوع الأسئلة المقالية بحيث تعطي الفرصة للطالب للتعبير عن إجابته، بدلاً من أن يختار الإجابة من بين عدة إجابات معطاة، ولتجنب تخمين الإجابة.

بناء الأداة:

اعتماداً على شبكة تسلسل المفاهيم والمهارات المرتبطة بالمفاهيم الجبرية الأساسية، تم بناء أداة شاملة لتشخيص الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية بعد الإطلاع على الأدب التربوي مثل (محمد، 2004؛ Esty, 1997; Larson, Hostetler & Heyd, 1985) والدراسات التي تناولت مجال الأخطاء لدى الطلبة في موضوع الجبر منها (أبو سالم، 1994؛ أحمد، 2003؛ ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ العدوي، 2008؛ اليونس 2004؛ Carpenter, 1999; Clement, Kirshner & Awtry, 2004; Falkner & Levi, 1982; Grossman, 1996; Hall, 2002; Lim, 2006; Linsell, et al. 2007; Olivier, 1989;Schonfeld, 2005) حيث تم إعداد قائمة بالأخطاء في مفاهيم الجبر الأساسية كما وردت في الأدب التربوى وأخذ منها ما يتلائم مع مستوى الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في فلسطين، وتم إجراء مقابلات مع (7) معلمين من ذوي الخبرة في تدريس نفس الموضوع وطلب منهم تزويد الباحثة بقائمة مقترحة للأخطاء التي يقع فيها الطلبة في هذا الموضوع، كما أن الخبرة الشخصية للباحثة في تدريس الموضوع، والأخذ بآراء واقتراحات المحكمين أضاف لهذه الأداة بنوداً.

وتم إعداد فقرات هذا الاختبار التشخيصي من نوع الأسئلة المقالية، بحيث غطّت كافة عناصر الموضوع، وقد تم مراعاة نوع الأسئلة حيث كانت متوسطة الصعوبة، بحيث لم تتضمن أسئلة تمييزية (للطلبة المتفوقين)، حيث لم تكن سهولة أو صعوبة الأسئلة معياراً في

تصميم الاختبار، وأعدت الباحثة قائمة لوصف الأخطاء المتوقعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية في ضوء ما أشارت له نتائج الدراسات السابقة والأدب التربوي وخبرة المعلمين والمحكمين ويبين الملحق (1- ب) قائمة الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها.

لقد تم بناء اختبارين مقاليين وهما:

-اختبار (أ) أعطي لطلبة الصف الثامن الأساسي ويشمل (22) سؤالاً لتحديد الأخطاء الشائعة لديهم ولتحديد نسبة الطلبة الذين يعانون من ضعف في المفاهيم الجبرية الأساسية.

-اختبار (ب) أعطي لطلبة الصف العاشر الأساسي ويشمل (50) سؤالاً بحيث ضم الاختبار (أ) إضافة إلى (28) سؤالاً ليعطي عمقاً أكثر بالأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى الطلبة الخاص بصفهم، وانسجاماً مع الغرض من الدراسة، غطى الاختباران تلك الأخطاء المحددة في الأدب التربوي، بما في ذلك حل المسائل حيث تمثل هذه المفاهيم والمهارات بنوداً اختبارية تعطى للطلبة بهدف ملاحظة الأخطاء الشائعة في الاستجابة لها كما يبين الملحق (2- ب).

زمن الاختبار

بعد عرض الاختبار على العينة الاستطلاعية البالغ عددها (52) طالباً وطالبة من طلبة الصفين الثامن والعاشر في مدرسة ن للبنات، ومدرسة ف للذكور، حيث قاموا بالإجابة عن أسئلة الاختبار لتحديد مدى ملائمة الوقت المخصص وإجراء التعديلات اللازمة في بناء أسئلة الاختبار، ولحساب ثبات الاختبار، تم تحديد زمن الاختبار، حيث يستغرق الاختبار (أ)

40 دقيقة بواقع حصة كاملة، أما الاختبار (ب) فيستغرق 90 دقيقة، وقامت الباحثة بإجراء التعديلات اللازمة، ومن ثم تم وضع الاختبار في صورته النهائية.

تعليمات الاختبار

كانت تعليمات الاختبار بعد كتابة البيانات التالية: اسم الطالب/الطالبة، اسم المدرسة، الصف.

- قراءة كل سؤال بتمعن قبل بدء الإجابة عليه.
- عدم التسرع في الإجابة مباشرة وإنما التفكير في الحل.
- كتابة خطوات الحل بالتفصيل في الفراغ المخصص لكل سؤال.
- توزيع الوقت بحيث تستطيع الإجابة عن جميع الأسئلة الموجودة في ورقة الاختبار بالزمن المخصص للاختبار.
- عند تغير أي إجابة، يجب مسح الإجابة الأولى نهائياً.
- التوقف عن الكتابة عند الإعلان في نهاية الوقت.

صدق الاختبار

تم قياس صدق المحتوى بعرض الاختبار على لجنة من المحكمين ضمت 9 أعضاء (3 دكتوراة، و6 ماجستير أساليب تدريس رياضيات)، حيث أرسلت الباحثة رسالة للمحكمين (الملحق 2- أ) للتحقق من قدرة الاختبارين (أ، ب) على كشف أخطاء الطلبة الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية، ومدى ملائمة الأسئلة لمستوى الصف (الثامن، العاشر) ووضوحها

وسلامة اللغة، ومدى مناسبة الوقت لعدد الأسئلة حيث طلب منهم تقديم اقتراحاتهم من تعديل وحذف وإضافة وأي ملاحظات أخرى.

ولقد أجمع المحكمون على أن الأسئلة كانت شاملة، ومناسبة لموضوع الدراسة، وطلب بعضهم إجراء بعض التعديلات على اللغة لبعض الأسئلة، وقد تم ذلك.

ثبات الاختبار

تم حساب ثبات الاختبار بطريقة إعادة الاختبار (test retest)، حيث قامت الباحثة بتطبيق الاختباربن (أ، ب) على العينة الاستطلاعية من أفراد مجتمع الدراسة وخارج عينتها، وأعيد تطبيق الاختبار على هذه العينة مرة أخرى بعد مضي أسبوعين، وحسب معامل ارتباط بيرسون بين علامات الطلبة في التطبيق الأول والثاني وكان يساوي (0.87) للاختبار (أ) و (0.85) للاختبار (ب)، وتم حساب معامل الثبات كرونباخ ألفا (α) لجميع أفراد العينة بعد التطبيق الفعلي للاختبار وكان يساوي (0.81) للاختبار (أ) و(0.79) للاختبار (ب).

تطبيق الأداة

طبقت الأداة بعد التأكد من صدق الاختبار وثباته على (533) طالب وطالبة من 20 شعبة في 10 مدارس، بشكل غير متزامن، حيث تم تطبيق الأداة على عينة الدراسة بإشراف الباحثة خلال شهر أيلول من العام الدراسي 2010/2009.

وقد تم توضيح الهدف من الاختبار بأنه من أجل دراسة تربوية، وأن إجابات الطلبة ستكون موضع ثقة، ولن تؤثر على تحصيلهم خلال العام الدراسي، وتم تلخيص ورقة التعليمات قبل بدء الطلبة بالإجابة عن الاختبار.

تصحيح الاختبارين وترميزهما

وفيما يلي وصف لكيفية تصحيح الاختبارين إضافة إلى ترميزهما

تصحيح الاختبارين:

بعد تطبيق الاختبارين (أ، ب) وجمع إجابات الطلبة حسب الصف والمدرسة، تم استثناء 4 أوراق إجابة بسبب عدم استيفاء شروط الإستجابة المقبولة، وبالتالي أصبح العدد المؤهل للتحليل إجابة 529 طالبٍ وطالبةٍ، وقامت الباحثة بوضع إجابة الاختبار النموذجية كما يظهر في الملحق (2–ج) ثم صححت أوراق الطلبة.

تم وضع تصنيف أولي والذي تم بمراجعة طرق الحل التي اتبعها 25 طالباً وطالبة من طلبة شعب عينة الدراسة في الإجابة عن الاختبار التشخيصي، واستخلصت أنماط الأخطاء التي يرتكبونها عند حل مسائل جبرية، ثم تبع ذلك بناء جدول تضمن رقم الطالب (لغرض إجراء المقابلات الفردية) والأخطاء التي وقع فيها طلبة الصفين في الاختبارات المعدة لذلك، وبعد ذلك بدأت عملية رصد الأخطاء لجميع الطلبة، وعند التعرض لخطأ جديد لم يرد ضمن التصنيف الأولي في الجدول، تم إضافة عنوان جديد لذلك، واستمرت عملية رصد الأخطاء وإضافة عناوين جديدة للأخطاء حتى اكتملت قائمة الطلبة، إضافة إلى الاعتماد على مراجعة بعض التصنيفات التي وردت في الأدب التربوي، نتج عنها الصورة النهائية التي جاءت في أربعة أصناف، وتمثلت في أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، وأخطاء متنوّعة أخرى.

ترميز البيانات

أدخلت البيانات على برنامج إكسل (excel) وأعطيت هذه البيانات رموزاً خاصة لكل من الإجابات الصحيحة ولكل نمط من الإجابات الخاطئة لكل سؤال ولكل إجابة غير منطقية (غير مقبولة رياضياً) وأعطي رمز لعدم الإجابة (الأسئلة المتروكة).

ثانياً- المقابلات الفردية

هدف المقابلة

هدفت المقابلة إلى تقصي أخطاء طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في المفاهيم الجبرية الأساسية ومعرفة استراتيجيات التفكير المصاحبة للوقوع في الأخطاء ومدى ثباتها، ولأن المقابلة توفر عمقاً في الكشف عن الإجابات الخاطئة لإمكانية توضيح وإعادة طرح أسئلة بصورة تفسر إجابات الأسئلة الخاطئة الواردة في الاختبار المقالي لدى الطلبة كما يبين الملحق (3- أ)، وتكمن أهمية هذه الأداة في تتبع استجابات الطلبة الخاطئة ومعرفة مدى ثباتها، ومعرفة فيما إذا كان الخطأ عشوائياً أم قائماً على قناعات وقواعد غير صحيحة، لأن الإخفاق في فقرة ما من فقرات الاختبار لا يعطي الباحثة صورة واضحة عن العملية التي استخدمها الطالب في حل مسألة. كما أنه من الصعب اكتشاف بعض الأخطاء الجبرية والخوارزميات الخاطئة دون مقابلة فردية (شوق، 1989)، وتستخدم المناقشة أثناء المقابلة للتعرف على عمليات التفكير التي تدور في ذهن الطالب، كما ويستخدم أسلوب التفكير بصوت عال أثناء حل المسائل، وذلك بأن يعطى الطالب مسألة تتضمن الموقف الذي يرغب تشخيصه (عبيد، المفتي والقمص، 2000).

خطوات إجراء المقابلة

في ضوء نتائج تصحيح الاختبار بعد تطبيقه على أفراد العينة، تم اختيار (20) طالباً وطالبة بطريقة عشوائية من (62) طالباً وطالبة ممن أجابوا بطريقة خاطئة عن العديد من فقرات الاختبار، حيث تم اختيار 10 طلاب من الصف الثامن ومثلهم من الصف العاشر، ويبين الجدول رقم (3-5) توزيع الطلبة الذين تمت مقابلتهم

الجدول **رقم (3-5):** توزيع الطلبة الذين تمت مقابلتهم حسب الصف وجهة الإشراف

جهة الإشراف / الصف	المدارس الحكومية / القدس	مدارس وكالة الغوث	المجموع
الثامن	6	4	10
العاشر	7	3	10
المجموع	13	7	20

وقامت الباحثة بإجراء مقابلات فردية معهم كما يبين الملحق (3- أ)،استغرقت كل مقابلة ما بين 45–90 دقيقة، حيث سجلت صوتياً، ثم تم تفريغها تحريرياً، ومن أجل توحيد الإجراءات والالتزام بما تم خلال أداء هذه المقابلات، تم إعداد نموذج لتفريغ المقابلة كما يظهر في الملحق (3- ب)، حيث احتوي على ما يلي:

1. طرح السؤال بنفس الصياغة كما ورد في الاختبار التشخيصي، والطلب من الطالب حل السؤال.
2. إذا كنت تحاول حل هذا السؤال لزميلك فكيف تشرح له هذا الحل ؟
3. فسر كيف توصلت إلى هذه الإجابة ؟
4. وضح خطوات الحل التي اتبعتها بصوت مسموع ؟

5. إعطاء سؤال مشابه مختلف في الرموز والأعداد، والطلب من الطالب حله بصوت مسموع

6. إذا كانت إحدى الإجابات تمت باستخدام قانون؛ فإنه يسأل ما هو القانون الذي اعتمدت عليه في الحل ؟

ومن ثم تم تحليل نتائج هذه المقابلات لتحديد الاستراتيجيات التي اتبعها الطلبة أثناء إجراء حل المسائل الجبرية، والمصاحبة لوقوعهم في هذه الأخطاء، ومدى ثباتها لدى هؤلاء الطلبة، وذلك من خلال تجميع نتائج المقابلات وتحليلها وتصنيفها.

صدق المحتوى للمقابلة

قامت الباحثة بقياس صدق المحتوى بعرض المقابلات الفرديّة على عدد من المحكمين ضم 9 أعضاء (3 دكتوراة، و 6 ماجستير أساليب تدريس رياضيات)، وذلك لتحكيم أسئلة المقابلة حيث أرسلت الباحثة رسالة للمحكمين توضح أهداف الدراسة والمقابلة وطلب منهم الإطلاع على أسئلة المقابلة في المفاهيم الجبرية الأساسية، وقد وجهت أسئلة للجنة التحكيم كما يبين الملحق (2- أ). ثم تم تعديل الأداة بناء على اقتراحات لجنة المحكمين.

ثبات المقابلة

تم تجريب الأداة المعدة على عينة عشوائية مكونة من 4 طلبة من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين من أفراد العينة الاستطلاعية ممن أجابوا بطريقة خاطئة عن العديد من فقرات الاختبار، لمعرفة مدى ملائمتها للكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية وتحديد الزمن الذي تستغرقه المقابلة الفردية، وقدرة الطلبة على فهم الأسئلة المتضمنة، وبعد

أسبوعين تم إعادة إجراء المقابلة على نفس عينة المقابلة ثم تم مقارنة تفريغ المقابلة الأولى مع الثانية، حيث كان التفريغان متطابقين بدرجة كبيرة.

إجراءات الدراسة

تم اتباع الإجراءات الآتية من أجل إتمام الدراسة:

1. تصميم اختبار تشخيصي مقالي، حيث تقدم للاختبار(أ) طلبة الصف الثامن، أما الاختبار (ب) فتقدم له طلبة الصف العاشر ليعطي عمقاً أكثر بالأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية، وتم القيام بالإجراءات اللازمة حتى أصبح جاهزاً للتطبيق من حيث تحديد المحتوى وبناء الفقرات.

2. عرض الاختبار على لجنة من المحكمين من أجل فحص صدق المحتوى.

3. تقديم الكتب الرسمية اللازمة من أجل السماح للباحثة بتطبيق الدراسة الميدانية وتسهيل مهمتها في مدارس القدس، حيث تم الحصول على موافقة كل من وزارة التربية والتعليم العالي (الملحق 2- د-1)، ومديرية التربية والتعليم في محافظة القدس (الملحق 2-د-2)، ومدير برنامج التعليم في وكالة الغوث الدولية (الملحق 2- د-3).

4. التنسيق مع مديري ومديرات المدارس من أجل تطبيق الاختبار وإجراء المقابلات على العينة الاستطلاعية.

5. توزيع الاختبار على العينة الاستطلاعية في القدس وذلك للتأكد من ثبات الأداة.

6. إعداد كراسة الاختبار التشخيصي بالصورة النهائية.

7. التنسيق مع مديري ومديرات المدارس من أجل تطبيق الاختبار على شعب الدراسة تطبيقاً جماعياً بإشراف الباحثة نفسها في شهر أيلول من الفصل الأول للعام الدراسي 2009/ 2010، بحيث لا يؤثر ذلك على سير العملية التعليمية التعلمية.

8. تجميع إجابات الاختبار ومن ثم تصحيحها يدوياً بعد وضع إجابة نموذجية لأسئلة الاختبار كما يبين الملحق (2-ج) وتفريغ البيانات حيث أعطيت هذه البيانات رموزاً خاصة لكل من الإجابات، ثم تم تحليلها لكل سؤال من أسئلة الاختبار على حدة حسب المستوى الصفي (الثامن- العاشر)، وفرز الأخطاء الشائعة بعد ظهور النتائج، وتصنيف الأخطاء إلى أربعة أنواع (أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، وأخطاء متنوّعة أخرى).

9. إجراء مقابلات فردية مع عينة مكونة من 20 طالباً وطالبة من طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين ممن لديهم العديد من الأخطاء الشائعة، بإشراف الباحثة نفسها في شهر تشرين أول من الفصل الأول للعام الدراسي 2009/ 2010.

10. تسجيل المقابلات صوتياً وتفريغها تحريرياً طبقاً لنموذج موحد، بحيث تجمع نتائج المقابلة مع كل طالب/طالبة على حدة.

11. تجميع نتائج المقابلات وتحليلها للتعرف على استراتيجيات التفكير (العمليات الذهنية)، التي يجريها الطلبة عند حل مسائل جبرية مصاحبة للوقوع في أخطاء شائعة.

12. حساب النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة لدى طلبة الصفين على حدة.

المعالجة الإحصائية

تمت الاجابة عن أسئلة الدراسة بما يلي:

- حساب النسب المئوية والتكرارات في كل نوع من أنواع الأخطاء (أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، وأخطاء متنوّعة أخرى)، التي وقع فيها الطلبة في فقرات الاختبار، تبع ذلك فرز الأخطاء التي تزيد نسبتها المئوية عن 20% واعتمادها كأخطاء شائعة، وتم إهمال الأخطاء التي تقل نسبتها عن 20%.

- تم تناول كل استراتيجية بالاعتماد على مقابلة الطلبة والاستماع لهم وهم يصفون كيفية توصلهم لحل الأسئلة، ممن أجابوا بطريقة خاطئة عن العديد من فقرات الاختبار التشخيصي، وتم لهذا الغرض توجيه أسئلة للكشف عن الاستراتيجيات التي استخدمت في الإجابة على أسئلة الاختبار بطريقة خاطئة، وتكونت المقابلات من مهمات جبرية لكل طالب.

- تم التعرف على نوعية إجابة الطالب هل هي متطابقة تقريباً، أو عرضية، أو ناتجة عن عدم انتباه، أو تخمين من الطالب؟ وهل يوجد لديه بناء لقواعد غير صحيحة يعتمد عليها في إجراء العمليات الجبرية؟ وما مدى تمسكه وإصراره عليها؟ وذلك بمقارنة كل استراتيجية حل مصاحبة لخطأ شائع بين الاختبار التشخيصي والمقابلة،

وتبع ذلك حساب النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين كل على حدة.

الفصل الرابع

نتائج الدراسة

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في حل المسائل الجبرية وأنماط تكرارها في كلٍ من الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، كما هدفت إلى التعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء، إضافةً إلى التعرف على مدى ثبات هذه الأخطاء لدى الطلبة عند حل المسائل نفسها أو أي مسائل مشابهة لها.

ويمكن القول بشكل عام أن نتائج الدراسة أظهرت وجود عددٍ كبيرٍ من الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في أنماط الحل المفاهيم الجبرية الأساسية، كما تبين أنّ استراتيجيات التفكير التي يستخدمها الطلبة، والمصاحبة لأخطائهم في نفس الموضوع، تعتمد على استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، كما أن أكثر من 75% من طلبة الصفين اللذين تمت مقابلتهم تمسكوا باستراتيجيات الحل المصاحبة للأخطاء الشائعة، مما يدلل على أن هذه الاستراتيجيات ثابتة بدرجة كبيرة، وأن لها أصولاً عميقة في البنية المعرفية. وفيما يلي استعراض للنتائج الخاصة بكل سؤال من أسئلة الدراسة:

السؤال الأول: ما الأخطاء الشائعة وما هي أنماط تكرارها عند كلٍ من طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية؟

وقد تم الحصول على نتائج هذا السؤال من خلال الإجابات على الاختبارات التشخيصية والتي سعت إلى الكشف عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية، وذلك بحساب النسب المئوية لإجابات طلبة الصفين الثامن والعاشر الخاطئة حول أسئلة الاختبار التشخيصي مرتبة تنازلياً بالنسبة للصف الثامن، كما يظهر في الملحق (4- أ)، وقد تبع ذلك فرز الأخطاء التي

تزيد نسبتها المئوية عن 20% واعتمادها كأخطاء شائعة (أنظر الملحق (4- ب))، وتم إهمال الأخطاء التي تقل نسبتها المئوية عن 20%.

ولتقديم صورةٍ مختصرةٍ لأبرز النتائج المتعلقة بالإجابة عن السؤال الأول من الدراسة، تـــم حساب المتوسط الحسابي للنسب المئوية للبنود الأساسية للأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية كما يظهر في الجدول رقم (4-1).

الجدول رقم (4-1): المتوسط الحسابي للنسب المئوية لبنود الأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية

الرقم	البنود الرئيسة للأخطاء الشائعة	المتوسط الحسابي للنسب المئوية	
		الصف الثامن	الصف العاشر
1	خطأ في فك الأقواس	%24.3	*
2	الحل المنقوص(الحل الذي لم يكمله الطالب، ولم يكن بسبب النسيان)	%27	%29.4
3	خطأ في جمع الحدود الجبرية	%34.6	%25.2
4	خطأ في الخلط بين العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لمقادير جبرية	%20.8	%36.1
5	خطأ في طرح الحدود والمقادير الجبرية	%27.2	%32.4
6	خطأ في إيجاد الجذر التربيعي لحدود ومقادير جبرية	%21.3	%32.1
7	خطأ في العمليات على الحدود الجبرية	%21.2	%37
8	خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدّ ومقدار جبري	%26.6	%27
9	خطأ في التحليل إلى العوامل الأولية	%21.1	%25.7
10	استعمال خاطئ للاختزال	**	%31.2
11	خطأ في العمليات على الكسور الجبرية	%20.5	%30.4
12	خطأ في حل المعادلة الخطيّة والتربيعيّة بمتغير واحد	%21.5	%38.5
13	أخطاء تتعلق بجذور المعادلة التربيعية بمتغير	**	%20.9

الرقم	البنود الرئيسة للأخطاء الشائعة	المتوسط الحسابي للنسب المئوية	
		الصف الثامن	الصف العاشر
14	أخطاء في حل المتباينة الخطيّة بمتغير	**	%33.1
15	أخطاء في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية	%24	%23.3

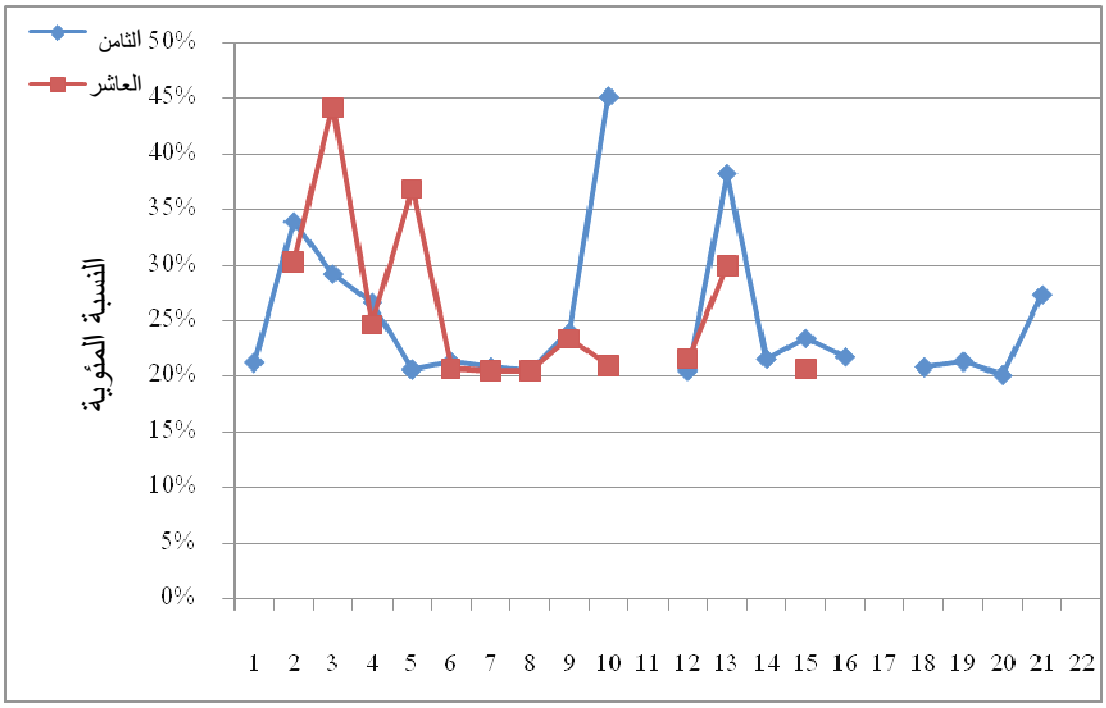
* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال.

يمكن تلخيص المعلومات في الجدول **رقم (4–1)** كما يلي:

- يلاحظ أن أعلى متوسط حسابي للنسب المئوية للأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصف الثامن؛ كان الخطأ في جمع الحدود الجبرية. وفي نفس السياق كان أعلى متوسط حسابيّ للنسب المئوية للأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف العاشر في حل المعادلة الخطيّة والتربيعية بمتغير واحد. فيما كان أقل متوسط حسابي للنسب المئوية للأخطاء الشائعة لدى الصف الثامن في العمليات على الكسور الجبرية، كما كانت أقل نسبة مئوية للأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف العاشر في الأخطاء التي تتعلق بجذور المعادلة التربيعيّة بمتغير.

هذا؛ ولقد تم إجراء مقارنة بين توزيع النسب المئوية للأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين في الإجابة على الاختبار (أ) (أنظر الشكل رقم 4-1)



الشكل رقم (4-1): النسب المئوية للأخطاء الشائعة التي وقع فيها الطلبة في الإجابة على الاختبار (أ) في المفاهيم الجبرية الأساسية حسب الصف

يمكن تلخيص النتائج من الشكل رقم (4–1) على النحو التالي، تقل الأخطاء الشائعة بازدياد مستوى الصف، أي أن طلبة العاشر لديهم أخطاء شائعة أقل من طلبة الصف الثامن، كما ظهر بمقارنة الأخطاء في الاختبار (أ) لدى طلبة الصفين.

وبعد الانتهاء من عملية رصد الأخطاء، تم تصنيف الأخطاء التي وقع فيها الطلبة في المفاهيم الجبرية الأساسية، حيث استعانت الباحثة في التصنيف بالأدب التربوي وتمخضت عنها الصورة النهائية التي جاءت في صورة أربعة أنماط هي: أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، وأخطاء متنوّعة أخرى. ويبين الملحق (4–ج) أنواع الأخطاء

الشائعة بالرموز مع مثال والتي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية، ولقد تم عرض أنماط أخطاء الطلبة في المفاهيم الجبريّة الأساسيّة بصورة مختصرة حيث قُدِمَ مثالٌ واحدٌ على كل حالة.

أولاً: الأخطاء المفاهيميّة

ظهرت عدة أنواع من الأخطاء تحت هذا الصنف، والجدول رقم (4-2) يبين النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء التي وقع فيها الطلبة.

الجدول رقم (4–2): النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء المفاهيميّة الجبرية الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
الحل المنقوص				
2	خطأ في تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة	7سم 3 سم س سم مساحة الشكل الهندسي=21 سم^2 أو 21 س سم^2	%33.9	%30.2
26	خطأ في جعل أحد المتغيرات موضوع القانون	لجعل المتغير س في المعادلة 9 س– 5= 7ع موضوع للقانون 9 س=7ع+5	**	%20.1
خطأ في الخلط بين العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) والمضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لمقادير جبرية				
38	خطأ في اعتبار (م.م.أ) هو (ع.م.أ) لمقادير جبريّة.	(م.م.أ) للمقدارين (س+2) (س+7)، (س–2) (س+2) هو (س+2)	**	%36.1
18	خطأ في اعتبار (ع.م.أ) هو (م.م.أ) لمقادير جبريّة.	(ع.م.أ) لكل من المقدارين (س+5) (س+2)، (س+5) (2س–1) هو (س+5) (س+2)(2س–1)	%20.8	*
خطأ في فك الأقواس				
21	خطأ في ضرب المقادير الجبرية.	ناتج ضرب المقدارين (س+3) (ص–7) = س ص–21	%27.3	*

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
13	خطأ في جمع متغير مع ثابت	$7+ع = 7ع$	%38.2	%29.9
42		$\frac{3+9ع}{15+9ع} = \frac{12ع}{24ع} = \frac{1}{2}$	**	%30
24		$\frac{6 س+6}{6} = \frac{12 س}{6} = 2س$	**	%24.5
10	خطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين	$9 س+2 ص = 11س ص$	%45.1	%20.9
12		$2 س+11س^2 = 13س^2$	%20.5	%21.5
خطأ في طرح المقادير الجبرية				
3	الخلط بين ضرب المقادير الجبرية وطرحها.	$9 س- (5 ص-11)= -45 س ص+99 س$	%28.7	%44.2
خطأ في في العمليات على الحدود الجبرية				
5	خطأ في جمع حدّين جبريين متشابهين بجمع الأسس	$س+ س = س^2$	%20.6	%36.8
16	خطأ في ضرب حدّين جبريين بضرب الأسس.	$11س^3 س^2 = 11 س^6$	%21.7	*
28	خطأ في قسمة حدّين جبريين بقسمة الأسس	$\frac{س^8}{س^2} = س^4$	**	%37.1
خطأ في العمليات على الكسور الجبرية				
44	خطأ في جمع الكسور الجبرية بتجاهل توحيد المقامات	$\frac{1}{س} + 2 = \frac{3}{س}$	**	%47.5
25		$\frac{7س}{3} + \frac{7س}{5} = \frac{7س}{8}$ أو $\frac{14س}{8}$	**	%23.3
خطأ في حل المعادلة الخطية بمتغير واحد				
14	خطأ بالخلط بين النظير الجمعي والضربي.	$5+س=8+4 \leftarrow س=12$؛ $س=5/12$	%21.5	*
خطأ في حل المعادلات التربيعيّة بمتغير واحد				
45	تحليل العبارة الأولية	حل المعادلة التربيعية $س^2+4 =$صفر $س=-2 ، 2$ **أو** $س=-2$	**	%58.7
خطأ في حل المتباينة الخطيّة بمتغير واحد				
37	عدم التمييز بين الإشارتين $<، \leq$	أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة $3 س<12$ هو $س<4$	**	%30.3

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%. ** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال.

يمكن القول أن أكثر الأخطاء المفاهيميّة شيوعاً لدى طلبة الصف الثامن الأساسي كان الخطأ في جمع حديين جبريين غير متشابهين كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 10، بينما لدى طلبة الصف العاشر كان الخطأ في حل المعادلات التربيعية في متغير واحد، وذلك بتحليل العبارة الأولية كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 45، وأقلها لدى طلبة الصف الثامن الخطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 12، أما لدى طلبة الصف العاشر فكان الخطأ في جعل أحد المتغيرات موضوع القانون كما جاء في الإجابة على السؤال رقم 26.

ثانياً: أخطاء التعميمات

ظهرت عدة أنواع من الأخطاء تحت هذا الصنف، والجدول رقم (4-3) يبين النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء التي وقع فيها الطلبة.

الجدول رقم (4–3): النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع أخطاء التعميمات الجبرية الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
خطأ في فك الأقواس				
1	خطأ في استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع.	9 (5س+4ع) = 45س+4ع	%21.2	*
خطأ في طرح المقادير الجبرية				
3	خطأ في طرح المقادير الجبرية.	9س– (5 ص– 11)= 9 س–5ص– 11	%29.6	*
خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدود ومربع مجموع مقادير جبرية				
4	خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدّ جبري.	$(8\ ع)^2 = 64ع$ أو $8ع^2$	%26.6	%24.6
23	خطأ في إيجاد مربع مجموع حدّين.	$(س+3\ ص)^2 = س^2+9\ ص^2$	**	%29.4

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
خطأ في إيجاد الجذر التربيعي				
29	استدعاء خاطئ في إيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين.	$\sqrt{9س^2+25}= 3س+5$	**	%47.9
6	استدعاء خاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لحدّ جبري .	$\sqrt{49س^2} = 7س^2$ أو $49س$	%21.3	%20.6
31		$\sqrt{\frac{36ص^2}{25ع^2}} = \frac{6ص^2}{5ع^2}$ أو $\frac{36ص}{25ع}$	**	%27.9
استعمال خاطئ للاختزال				
24	خطأ في اختصار الأشياء المتشابهة عند تبسيط الكسور الجبرية.	$\frac{6س+6}{6} = 6س$ أوس أو $س+6$ أو $6س+1$	**	%31.5
42		$\frac{3+9ع}{15+9ع} = \frac{1}{5}$	**	%30.9
خطأ في التحليل إلى العوامل الأولية				
19	خطأ في تحليل الفرق بين مربعين.	إذا كان س+ ص=6، س- ص=5، فان القيمة العددية للمقدار $س^2 - ص^2 = 11$	%21.3	*
27	استدعاء خاطئ لمفكوك الفرق بين مكعبين	$س^3-8ع^3 = س-2ع$	**	%31
7	خطأ في تحليل الفرق بين مربعين.	العوامل الأولية للمقدار $16- 9ص^2$ هي $7ص^2$	%20.8	*
34	استدعاء خاطئ لمفكوك مجموع مكعبين	$(س+4)(2س^3+128 = 2$	**	%32.6
خطأ في حل المعادلات التربيعيّة بمتغير واحد				
50	استدعاء خاطئ للقانون العام لحل المعادلات التربيعيّة في متغير واحد	خطأ في كتابة القانون العام $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2- 4أجـ}}{2أ}$	**	%23.4
36	خطأ في إيجاد الجذر الموجب وإهمال الجذر السالب للعدد.	مجموعة حل المعادلة التربيعية $ص^2=25$ هو ص= 5	**	%77.1

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
أخطاء تتعلق بجذور المعادلة التربيعيّة بمتغير واحد				
39	خطأ في تحديد عدد الجذور الحقيقية عند معرفة إشارة المميز.	يوجد للمعادلة التربيعية التي مميزها عدد سالب جذرين حقيقيين مختلفين	**	%20.2
خطأ في حل المتباينة الخطيّة بمتغير واحد				
35	عدم الانتباه إلى تغيير إشارة المتباينة عند القسمة على عدد سالب	مجموعة حل المتباينة –2 س> 18 هي س>-9	**	%35.8

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال.

يمكن القول إن أكثر أخطاء التعميمات شيوعاً لدى طلبة الصف الثامن الأساسي كان الخطأ في طرح المقادير الجبرية كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 3، بينما لدى طلبة الصف العاشر كان الخطأ في إيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين، كما ورد في الإجابة على السؤال رقم 29، وأقلها لدى طلبة الصف الثامن الخطأ في التحليل إلى العوامل الأولية وذلك بتحليل الفرق بين مربعين كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 7، أما لدى طلبة الصف العاشر فكان الخطأ في تحديد عدد الجذور الحقيقية عند معرفة إشارة المميز، كما جاء في الإجابة على السؤال رقم 39.

ثالثاً: الأخطاء الإجرائية

ظهرت عدة أنواع من الأخطاء تحت هذا الصنف، والجدول رقم (4-4) يبين النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء التي وقع فيها الطلبة.

الجدول رقم (4-4): النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء الإجرائية الجبرية الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
خطأ في عدم إكمال الحل				
32	الخوارزمية صحيحة ولكن لن يتم التوصل للهدف	مجموعة حل المعادلة $س^2 - س =$ صفر هي س=1	**	%43.8
47	إيجاد قيمة متغير عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين ولا يجد قيمة المتغير الثاني	مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام الحذف: س+ص= 5 3س– ص= 3 هي س=2	**	%25.7
48		مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام التعويض: 2 س+3 ص= 20 2 س=7 ص هي س=2	**	%24.1
خطأ في طرح المقادير الجبرية				
15	خطأ في طرح حدّين جبريين متشابهين بقلب خوارزمية الطرح.	3 س– 6 س=3 س	%23.4	%20.6
خطأ في العمليات على الكسور الجبرية				
8	خطأ في ضرب الكسور الجبرية، بقلب خوارزمية الضرب إلى خاصية الضرب التبادلي	$\frac{س}{5} \times \frac{ص}{5} = 5$ س+ 5ص	%20.5	%20.4
خطأ في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد				
33	الخلط بين التحليل إلى العوامل وحل المعادلات التربيعية بمتغير	$س^2$- 11 س+ 30 = صفر (س– 6) (س– 5)	**	%23.9
41	خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام طريقة إكمال المربع.	عدم وضع الثابت في طرف من المعادلة وليكن الأيسر عند إكمال المربع.	**	%24.3
50	التعويض بصورة خاطئة في القانون العام	كأن يعوض قيمة معامل $س^2$ بدل قيمة معامل س.	**	%23.4

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
49	خطأ في حل المعادلة التربيعية مكتوبة بصورة حاصل ضرب عاملين.	مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+5) (س-3) = صفر. هي {5، -3}	**	%23.8
خطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية				
9	خطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية.	المعادلة التي تمثل الجملة التالية: عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين بدلالة س للمعلمين، ص للطلبة هي 6 س ص	%24	%23.3

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال.

يلاحظ من الجدول (4-5) أن أكثر الأخطاء الإجرائية شيوعاً لدى طلبة الصف الثامن الخطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية، كما تبين في الإجابة على السؤال رقم 9، بينما لدى طلبة الصف العاشر كان الحل المنقوص في أن إيجاد جذور المعادلة التربيعية يعتمد على النظير الجمعي والنظير الضربي كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 32، وأقلها لدى طلبة الصفين كان الخطأ في ضرب الكسور الجبرية كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 8.

رابعاً: أخطاء متنوّعة أخرى

اندرجت عدة أنواع من الأخطاء تحت هذا الصنف، والجدول رقم (4-5) يبين النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء التي وقع فيها الطلبة.

الجدول رقم (4-5): النسب المئوية والأمثلة على كل نوع من أنواع الأخطاء المتنوّعة الأخرى الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	مثال على الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
12	خطأ في اعتبار المقدار مكتوب بأبسط صورة	المقدار $2س+11س^2$ مكتوب بأبسط صورة	*	%21.5
20	عدم إكمال الخوارزمية رغم صحة الحل.	القيمة العددية للعبارة 3س– 15، عندما س= 5 ⟵ 3×5– 15	%20.1	*

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

أما الأخطاء المتنوّعة الأخرى الشائعة لدى طلبة الصفين؛ فكان هناك خطأ واحد لدى طلبة الصف الثامن والمتمثل بالخطأ في إيجاد القيمة العددية لمقدار جبري عند قيمة محددة للمتغير، كما ظهر في الإجابة على السؤال رقم 20، أما لدى طلبة الصف العاشر، فكان الخطأ في الاعتقاد بأن المقدار الجبري مكتوب بأبسط صورة.

النسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية:

لقد تم حساب المتوسط الحسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة ضمن الأنماط الأربعة وهي: أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية وأخيراً أخطاء متنوّعة أخرى في الإجابة على اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية كما يظهر في الجدول (4-6).

الجدول رقم (4-6): المتوسط الحسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في حل الاختبار

نمط الخطأ	المتوسط الحسابي للنسب المئوية للأخطاء الشائعة	
	الصف الثامن	الصف العاشر
أولاً: أخطاء مفاهيميّة	%29.6	%28.9
ثانياً: أخطاء التعميمات	%25	%29.4
ثالثاً: أخطاء إجرائية	%24	%22.6
رابعاً: أخطاء متنوّعة أخرى	%21.4	%19.1

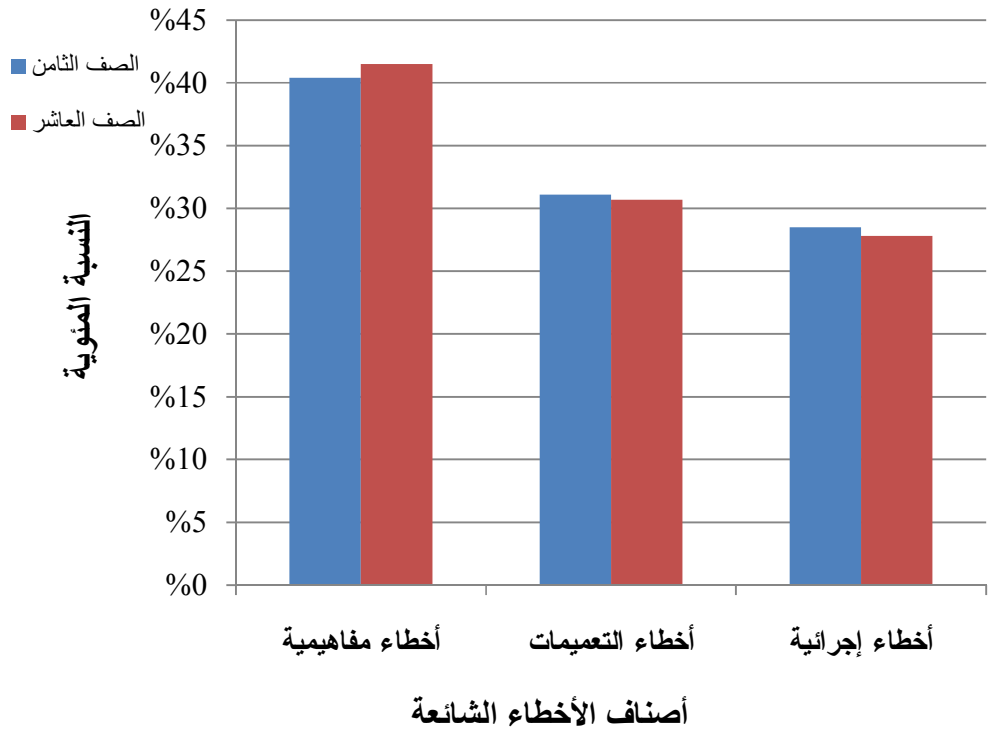
ويبين الجدول رقم (4-6) أن أعلى متوسط حسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف الثامن كان في الأخطاء المفاهيميّة، وأقلها في الأخطاء العشوائية، كما نلاحظ أن أعلى متوسط حسابي للنسب المئوية لأخطاء طلبة الصف العاشر كان في أخطاء التعميمات بفارق طفيف عن الأخطاء المفاهيميّة، وأقلها في الأخطاء العشوائية.

وتبع ذلك حساب المتوسط الحسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة ضمن الأنماط التالية: أخطاء مفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، وأخطاء إجرائية، على اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية للأسئلة المشتركة، كما يظهر في الجدول (4-7).

الجدول رقم (4–7): المتوسط الحسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في الأسئلة المشتركة في حل الاختبار

نوع الخطأ	المتوسط الحسابي للنسب المئوية للأخطاء الشائعة	
	الصف الثامن	الصف العاشر
أولاً: أخطاء مفاهيميّة	%40.4	%41.5
ثانياً: أخطاء التعميمات	%31.1	%30.7
ثالثاً: أخطاء إجرائية	%28.5	%27.8

تدل النتائج أن النسبة المئوية لأنماط أخطاء الصفين الشائعة (الأخطاء المفاهيميّة، وأخطاء التعميمات، والأخطاء الإجرائية) في البنية الجبرية الأساسية تنخفض قليلاً بازدياد المستوى الصفي. وكان أعلى فرق في النسبة المئوية بين الصفين لصالح الصف الثامن وذلك بالنسبة للأخطاء الإجرائية حيث بلغ 1.5%. ويبين الشكل رقم (4-2) توزيع هذه الأنواع.



الشكل رقم (4-2): النسبة المئوية لأصناف أخطاء الطلبة الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية حسب الصف

السؤال الثاني: ما استراتيجيات التفكير التي يستخدمها طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر والمصاحبة لأخطائهم في المفاهيم الجبرية الأساسية؟

وقد تمت الإجابة على هذا السؤال من خلال مقابلة الطلبة والاستماع لهم وهم يصفون كيفية توصلهم لحل الأسئلة، وبالتالي الكشف عن استراتيجية التفكير التي استخدمها كل منهم، حيث تم تناول كل استراتيجية بالاعتماد على المقابلة والتي هدفت إلى وصف استراتيجيات التفكير (العمليات الذهنية) في بعض المهام الجبرية لدى عينة مكونة من عشرة طلاب من الصف الثامن، ومثلهم من الصف العاشر ممن أجابوا بطريقة خاطئة عن العديد من فقرات الاختبار التشخيصي أي (ارتكبوا 14 إجابة خاطئة تعدّ من الأخطاء الشائعة في الإجابة على أسئلة الاختبار (أ) ، و19 إجابة خاطئة تعدّ من الأخطاء الشائعة في الإجابة على أسئلة الجزء الثاني من الاختبار (ب) كحد أدنى لكل طالب/ة).

وقد طلب من كل منهم أن يحلّ مسائل أخطأ بها في الاختبار. كما طلب منه أن يشرح طريقة الحل وكيفية التفكير.

وقد لوحظ بشكل عام تنوع استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء الطلبة في المفاهيم الجبرية الأساسية؛ ومن أهم هذه الاستراتيجيات استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، كخاصية توزيع الضرب على الجمع، أو تطبيقها بصورة خاطئة، أو الخلط بين المفاهيم، أو استخدام تعميمات جبرية غير صحيحة كحذف أجزاء منها، أو اللجوء لتعديل تعميمات أخرى واستخدامها في مواقع غير مناسبة والتي تعكس عدم الإدراك السليم لها أصلاً، كالاعتقاد بأن الجذر التربيعي لمجموع مربعين يتم بإيجاد الجذر التربيعي للحدّين، وتعتبر استراتيجيات الحل المنقوص من أكثرها ظهوراً، والتي تعكس خللاً في البنية الجبرية الأساسية لدى الطلبة، كما

لوحظ أن الطلبة قد وقعوا في نفس الخطأ في الاختبار أصلاً، وأعادوا إنتاج نفس الأخطاء في المقابلة.

وفيما يلي وصف مفصل لهذه المقابلات إضافة إلى الاستنتاجات حول طرق التفكير المصاحبة لأخطائهم في المفاهيم الجبرية الأساسية.

1. استراتيجيات لفك الأقواس

تمحورت معتقدات الطلبة من خلال المقابلات فيما يلي:

1- ان توزيع عملية الضرب على الجمع يتم بضرب أحد الحدود في المقدار الجبري.

وهدفت هذه المهمة إلى معرفة قدرة الطلبة على فك الأقواس فوجد أن 7 طلاب من 9 قاموا بتبسيط المقدار الجبري 9(5س+4ع) بصورة خاطئة هكذا 45 س+4ع، وكان التبرير: *"التوزيع يتم بضرب ما في خارج القوس بالحد الأول ثم إضافته إلى الحد الثاني"*.

2- إن ضرب مقدارين جبريين يتم بضرب كل حد في المقدار الأول بنظيره في المقدار الثاني مثل (س+أ) (ص−ج)= س ص− أج.

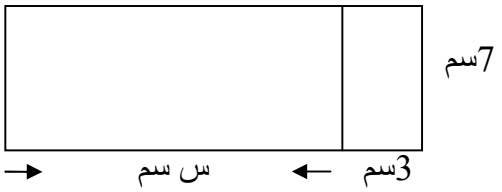
فعند إيجاد ناتج (س+3) (ص−7) قام 6 طلاب من أصل 9 من طلبة الصف الثامن أثناء المقابلة بضرب العناصر المتناظرة، وتسجيل س ص−21 كناتج، ويلاحظ أن الطلبة غير قادرين على فك الأقواس بشكل صحيح، وأن فهمهم لتوزيع الضرب على الجمع محدود وغير دقيق.

2. استراتيجيات الحل المنقوص

تمحورت معتقدات الطلبة من خلال المقابلات فيما يلي:

1- إن تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة يتم بإحدى طريقتين إما بضرب الأعداد، وإهمال المتغيرات، أو ضرب الأعداد والمتغيرات، أي عدم تحديد أحد الأبعاد بشكل صحيح.

وظهر ذلك عند إيجاد مساحة الشكل التالي



أولاً: وجد (11 طالباً من أصل 14) أثناء المقابلة بأن مساحة الشكل الهندسي= 21سم^2 وفسروا ذلك بأن: "*لكل شكل قانون، هنا قانون مساحة المستطيل= الطول×العرض، أي يقوم بضرب الأرقام مع بعض 3×7 والجواب 21 سم^2*"، حيث أنهم يعتقدون بعدم أهمية المتغير في تحديد أبعاد الشكل الهندسي؛ لأنه شيء مجهول القيمة.

ثانياً: اعتقاد 4 طلبة من الصف الثامن بأن المساحة تساوي 21 س سم^2، وكان تفسيرهم لذلك؛ "*لأن قانون مساحة المستطيل تساوي الطول×العرض بما أن الطول 3 و س وتبعاً للقانون يكون 3 س×7 والجواب 21 س سم^2*".

ظهر لدى الطلبة أخطاء في تحديد طول المستطيل بأنه 3 أو 3 س بدل س+3، حيث لـــوحظ من إجابة الطلبة أن تصورهم لمفهوم المتغير غير واضح، حيث أنهم قد خلطوا بين إشـــارتي الضرب والجمع في تحديد طول المستطيل، هذا يدل على أنه ليس لديهم فكرة واضحة عـــن

الكيفية التي يمكن أن تحصل على طول إذا كان جزء يحتوي على متغير. لــوحظ أن لــدى الطلبة الأربعة الذين تمت مقابلتهم فهم واضح بأنه لإيجاد الطول ينبغي الإضافة بدليل استخدام أداة الربط "و"، فعندما سئلوا إذا كانت س=8، استطاعوا تحديد البعد بشكل صحيح، لكن لــم يكونوا قادرين على كتابة البعد س+3 بهذه الصورة.

2- إن القيمة العددية لمقدار جبري ليست بحاجة لتبسيط عند التعبير عنها.

فعندما طلب من الطلبة إيجاد القيمة العددية للعبارة 3س−15، عندما س=5، أصرّ جميع طلبة الصف الثامن البالغ عددهم 9 أثناء المقابلة بأن الناتج 3×5− 15 واكتفوا بذلك.

وقد تم ملاحظة أن بداية الإستراتيجية والمتمثلة باستبدال المتغير بعدد ما لإيجاد القيمة العددية تمت بشكل صحيح، إلا أنهم لم يكترثوا بمتابعة الحل، حيث لم يتوصل للهدف أي أن التعبير صحيح، ولكن ينقصه التبسيط.

3- إن جعل أحد المتغيرات موضوعاً للقانون يتم باستخدام النظير الجمعي فقط.

يعتقد 7 طلاب من أصل 9 أثناء المقابلة، أن جعل المتغير موضوعاً للقانون يتم باستخدام النظير الجمعي، كما ظهر في المعادلة التالية بجعل المتغير س موضوعاً للقانون
9س− 5 = 7ع هكذا 9 س=7ع +5، وكان التبرير: "*نقوم بأخذ النظير الجمعي لِ −5 على الطرفين لتصبح س وحدها في طرف*".

لقد استخدم الطلبة الإستراتيجية السابقة لجعل س موضوعاً للقانون، بحيث لم يراعُ قيمة معامل المتغير موضوع القانون بأنه يجب أن يساوي1، مع العلم بأن مفهوم النظير الضربي لعدد واضح لديهم، وتم التأكد من ذلك أثناء المقابلة بسؤالهم عن النظير الضربي لِ 9، 7/5.

4- إن إيجاد جذور المعادلة التربيعية يعتمد على النظير الجمعي والنظير الضربي.

وقد وجد أن 8 من أصل 10 طلاب أجابوا أثناء المقابلة بأن مجموعة حل المعادلة $س^2$–س= صفر هي س={1} حيث عبّروا عن إجراءات حل المعادلة كالتالي:

$س^2$ –س= صفر "*بإضافة النظير الجمعي للمتغير– س على الطرفين*"

$س^2$ = س

س= 1 "*بقسمة الطرفين على س*"

لقد تم إهمال أحد جذور المعادلة التربيعية نتيجة لقسمة طرفي المعادلة على س أي إهمال الجذر س = صفر.

5- إيجاد قيمة متغير واحد عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين باستخدام طريقتين هما الحذف والتعويض.

هدفت هذه المهمة إلى معرفة قدرة الطلبة على حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين باستخدام طريقة الحذف حيث قام 7 طلبة من أصل 8 بحذف أحد المتغيرين أثناء المقابلة، وإيجاد قيمة المتغير الثاني.

وبالمثل يعتقد الطلبة أنه بطريقة التعويض يتم إيجاد قيمة متغير والذي يمثل الحل لنظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين كما ظهر في إجابة 9 طلبة من 10 أثناء مقابلتهم.

تعكس إجابات الطلبة في عدم إيجاد قيمة المتغير الثاني أثناء الحل بطريقتي الحذف والتعويض، عدم وجود فهم واضح لحل معادلتين آنيتين بأنه تقاطع الخطين في نقطة واحدة هي (س،ص).

6- المقدار مكتوب بأبسط صورة.

هدفت هذه المهمة إلى معرفة قدرة الطلبة على تبسيط مقدار جبري حيث أشار 6 طلاب من الصف العاشر أن المقدار $2س+11س^2$ مكتوب بأبسط صورة مفسرين ذلك؛ *"لأن الحدود غير متشابهة ولا نستطيع إجراء عملية الجمع"*.

يتضح من إجابة غالبية الطلبة أنهم لم يستطيعوا تحليل المقدار الجبري بأخذ عامل مشترك لتبسيط المقدار الجبري، كما أن بعضهم عبر بصراحة بأن الحدود غير متشابهة، ولا نستطيع إجراء عملية الجمع، حيث لم يكن أخذ عامل مشترك خيار في عملية التبسيط بالنسبة لهم.

3. استراتيجيات تتعلق بالعامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) والمضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لمقادير جبرية.

وقد اندرج تحت هذه الاستراتيجية صنفان من المعتقدات هما:

1- ان (ع.م.أ) هو نفس (م.م.أ) لمقادير جبرية.

يعتقد جميع طلبة الصف الثامن الذين تمت مقابلتهم أن (ع.م.أ) لكل من المقادير الجبرية $(س+5)(س+2)$، $(س+5)(2س-1)$ هو $(س+5)(س+2)(2س-1)$ وفسروا ذلك: *"بأن ع.م.أ هو ضرب المقادير المشتركة وغير المشتركة"*.

وبهذا يكون مفهومهم للقاسم المشترك الأكبر مختلطاً بالمضاعف المشترك وبشكل غير دقيق بالمضاعف المشترك الأصغر.

2- ان (م.م.أ) هو نفس (ع.م.أ) لمقادير جبرية.

يلاحظ ارتكاب الطالب لخطأ مفاهيمي والمتمثل بإبدال العامل المشترك الأكبر بالمضاعف المشترك الأصغر، كما أن الخطأ في إبدال (ع.م.أ) مع (م.م.أ) قد اختفى لدى طلبة العاشر كخطأ شائع، إلا أن إبدال (م.م.أ) مع (ع.م.أ) قد ظهر عند جميع طلبة الصف العاشر أثناء مقابلتهم.

4. استراتيجيات في جمع الحدود الجبرية

تمحورت معتقدات الطلبة من خلال المقابلات فيما يلي:

1- إن ناتج جمع حدّين جبريين غير متشابهين يتم بجمع الأعداد وضرب المتغيرات.

يمتلك الطلبة إستراتيجية خاصة تتعلق بجمع حدّين جبريين حيث أن 18 طالباً من الصفين قاموا بتبسيط المقدار الجبري 9س+2ص هكذا 11س ص وفسروا ذلك: "*جمع الأعداد ووضع الأحرف بجانبهم*"، أي أنهم جمعوا (9+2) وجعلوها معاملاً لحاصل الضرب س ص

2- إن ناتج جمع أي حدّين جبريين يجب أن يعطي ناتجاً وحيداً مثل الحساب.

وجد أن لدى 15 طالباً من أصل 17 من طلبة الصفين تصورات خاطئة، بأن ناتج جمع ثابت مع متغير يعطي ناتجاً وحيداً مثل الحساب، كما ظهر عند تبسيط المقدار 7+ع=7ع مفسرين ذلك: "*المقدار ليس في أبسط صورة نجمع الرقم مع الرمز، وذلك بوضع العدد وبجانبه الحرف*".

3- إن ناتج الجمع أو الطرح يجب أن يعطي ناتجاً وحيداً بمعنى آخر دون إشارات مثل "+" أو "−"، أي ليس لديهم قدرة على تحديد الصيغة المكتوبة بأبسط صورة لمقدار جبري معطى، كما ويلاحظ وجود استراتيجية خاصة يستخدمها الطلبة عادة أثناء التعامل مع التعبيرات الجبرية هي س+ص لها نفس معنى س ص.

4- إن جمع حدّين جبريين غير متشابهين يتم بجمع الأعداد وضربه بالمتغير الذي يحمل أكبر أس.

يعتقد 14 طالباً من أصل 18 من طلبة الصفين أثناء المقابلة، أن ناتج جمع الحدّين الجبريين 2س+11س^2 =13س^2 ؛ وذلك يتم "*بجمع المعاملات (2+11) ووضع المتغير ذي القوة الأكبر س^2*".

يتضح من إجابة الطلبة عدم وضوح مفهوم إخراج العامل المشترك لتبسيط مقدار جبري، وتعميم فكرة الحساب في أن الناتج يجب أن يكون وحيداً في كتابة الإجابات في الجبر.

5.استراتيجيات في طرح الحدود والمقادير الجبرية

تمحورت معتقدات الطلبة من خلال المقابلات فيما يلي:

1- إن طرح حدّين جبريين متشابهين يتم بطرح معامل الحد الأصغر من معامل الحد الأكبر بغض النظر عن قيمته.

لقد قام 12 طالباً من أصل 18 من طلبة الصفين أثناء المقابلة بطرح الحدّين الجبريين المتشابهين 3 س− 6 س كما يلي 6 س−3 س؛ ليكون الناتج 3 س، وكان التبرير: "*بما أن الطرح عملية تبديلية نقلب العددين؛ لأنه لا يجوز طرح 3س−6س لتصبح 6س−3س=3س*".

إن استخدام الطلبة للإستراتيجية السابقة للحصول على ناتج طرح حدّين جبريين متشـــابهين– وذلك بقلب خوارزمية الطرح – يدل على وجود ضعف في جمع وطرح الأعداد الصـــحيحة السالبة، إضافة إلى اعتبار عملية الطرح تبديلية.

2- أن طرح مقدارين جبريين يتم بطرح الحد الأول في المقدار الجبري الثاني من المقدار الأول.

يعتقد 8 طلاب من الصف الثامن أن عملية الطرح تجميعية، حيث قـــاموا بتبســـيط المقـــدار الجبري 9 س– (5ص–11) بصورة خاطئة على النحو التالي: 9 س–5 ص–11 وفســـروا هذا: "*توزع السالب على القوس الثاني فتتغير إشارة 5س*".

يلاحظ وجود خلط لدى الطلبة بين مفهومي توزيع عملية الضرب علـــى الجمـــع، وطـــرح المقادير الجبرية.

3- استبدال عملية طرح مقدار جبري من آخر بضربهما.

وجد 16 من أصل 18 طالباً من طلبة الصفين قد خلطوا بـــين ضـــرب مقـــدارين جبـــريين وطرحهما؛ حيث قام 7 طلاب من الصف العاشر بطرح 9 س– (5ص–11) بأسلوب خاطئ هكذا: –45 س ص+99 س مفسرين ذلك: "*للتخلص من الأقواس، نوزع –9 س على كل من الحدّين في المقدار الجبري مع الانتباه للإشارة لأنها تؤثر في الحل*".

يلاحظ امتلاك الطلبة لتصورات خاطئة تتعلق بالمفاهيم والإجراءات الرياضية فـــي طـــرح المقادير الجبرية، حيث يعتبر بعض الطلبة أن طرح مقدار جبري من حد جبـــري كتوزيـــع الضرب على الجمع.

6. استراتيجيات في إيجاد الجذر التربيعي

تمحورت معتقدات الطلبة من خلال المقابلات فيما يلي:

1- إن الجذر التربيعي لمجموع مربعين يتم بإيجاد الجذر التربيعي للحدّين.

كما وزع 7 طلاب من أصل 10 الجذر على مجموع حدّين بإيجاد الجذر التربيعي للحدّين كما ظهر في تبسيط المقدار الجبري $\sqrt{9س^2+25}$ هكذا 3 س+5 مبررين ذلك: "*إيجاد الجذر التربيعي لكل من 9 س^2، و 25 وجمعهم*"، وعند سؤالهم عن استخدام قانون للتبسيط أجابوا $\sqrt{أ^2س^2+ب^2}$ = أس+ب.

يلاحظ تعميم الطلبة لإجراء إيجاد الجذر التربيعي لحد جبري على مقدار جبري، حيث استخدموا خصائص جبرية غير دقيقة، ولعل الصورة النمطية التي تعرض لها الطلبة لتبسيط مقادير جبرية جعلهم يرفضون وجود عبارة أولية، أي ليس لديهم قدرة على التعرف على الصيغة المكتوبة بأبسط صورة لمقدار جبري معطى.

2- لإيجاد الجذر التربيعي لحد جبري يتم بإيجاد جذر العدد أو جذر المتغير (وليس بالضرورة لكليهما).

هدفت هذه المهمة إلى معرفة قدرة الطلبة على إيجاد الجذر التربيعي لحد جبري حيث أن 10 طلاب من أصل 17 من طلبة الصفين أثناء المقابلة قاموا بتبسيط الحد الجبري $\sqrt{49 س^2}$ بصورة خاطئة هكذا 7س^2 وعندما سئل الطالب عمّا ما سيقوله لشخص ما كي يجد الجذر التربيعي لحد جبري أجاب: "*بما أن العدد تحت الجذر له جذر تربيعي نجد قيمته والمتغير يبقى كما هو*"، وعندما سئل عن القانون الذي اعتمد عليه في الحل، وكيف يمكن حل

مسألة مثل $\sqrt{أ^2س^2}$ أجاب 11 طالبـاً مـن أصـل 17 أس^2 ، أمـا البـاقون فقـد أجـابوا ($\sqrt{أ^2س^2}$ = أ^{2}س).

يتضح من إجابة غالبية الطلبة عدم وجود معنى واضح للجذر التربيعي لحد جبري، حيث أنهم قد عبّروا بصراحة بأن الجذر التربيعي يكون للعدد والمتغير وليس لكليهما.

3- تبين من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون بأن إيجاد الجذر التربيعي لناتج قسمة حدّين جبريين يتم بإيجاد جذر العدد أو جذر المتغير (وليس لكليهما).

تكرر الأمر نفسه حدث بالنسبة لحل السؤال $\sqrt{\frac{36ص^2}{25ع^2}}$ = $\frac{6ص^2}{5ع^2}$ أو $\frac{36ص}{25ع}$ ، وفسر 5 طلاب من 7 ذلك: "*إيجاد الجذر التربيعي لكل من 36، و 25 ونقسمهم*"، في حين قام 3 طلبة بإيجاد الجذر التربيعي للمتغيرات فقط.

7.استراتيجيات في العمليات على الحدود الجبرية

تبين من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون:

1- بأن ناتج جمع حدّين جبريين متشابهين يكافئ مربع أحدهما.

هدفت هذه المهمة إلى معرفة قدرة الطلبة على جمع حدّين جبريين متشابهين؛ حيث أن 12 طالباً من أصل 17 من طلبة الصفين قاموا بتبسيط المقدار الجبري س+س بصورة خاطئة هكذا س^2، وكان تفسيرهم لذلك: "*لأنه يوجد اثنتان س*".

تعكس إجابة الطلبة عدم امتلاكهم لمفهوم عملية جمع الحدود المتشابهة، والذي بدوره

يتمثل بجمع الأسس لحدود جبرية متشابهة بدل جمع معاملاتها.

2- ضرب حدود جبرية يتم بضرب الأسس إذا تساوت الأساسات.

يمتلك معظم الطلبة مفهوماً خاطئاً يتعلق بضرب حدّين جبريين حيث أن 6 طلبة من 9 من طلبة الصف الثامن قاموا بتبسيط المقدار الجبري 11س^{3}س^2 بصورة خاطئة، هكذا: 11 س^6، وتفسيرهم لذلك "*في الضرب تضرب الأسس، والعدد يبقى كما هو*".

لقد قدم الطلبة شروطاً جديدة غير قائمة على أساس جبري، حيث قاموا بضرب الأسس لحدود جبرية متشابهة بدل جمعها.

3- قسمة حدّين جبريين متشابهين تتم بأخذ أحد الحدود وقسمة أسسها.

وجد أثناء المقابلة أنه لدى 6 طلاب من 10 قد قاموا بتبسيط المقدار الجبري
$\frac{\text{س}^8}{\text{س}^2}$ بهذه الصورة س^4 و كان تفسيرهم "عند القسمة تقسم الأسس أي س$^{8\div2}$ = س^4".
وبذلك يتضح أن الطلبة قد قاموا بتقديم تعميمات غير صحيحة في النظام الجبري.

8.استراتيجيات في إيجاد مفكوك مربع حد ومقدار جبري

ظهر من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون ما يلي:

1- مفكوك مربع حد جبري يتم بتربيع إما العدد، أو المتغير.

يمتلك معظم الطلبة مفهوماً خاطئاً يتعلق بإيجاد مفكوك مربع حد جبري حيث أن 8 طلاب من 14 من طلبة الصفين أثناء المقابلة قاموا بتبسيط الحد الجبري (8ع)^2 بصورة خاطئة هكذا 64ع مفسرين ذلك: " بأن *التربيع يعني ضرب العدد في نفسه مرتين*"، في حين أشار ثلاثة طلبة بأن ناتج مفكوك (8ع)^2 هو 8ع^2 مفسرين ذلك بأن" *التربيع يتم بضرب الحرف في نفسه مرتين*".

2- مفكوك مربع مجموع حدّين يتم بتوزيع القوة على كل من الحدّين.

لقد قام 6 طلبة من أصل 8 أثناء المقابلة بإيجاد مفكوك مربع مجموع حدّين كالآتي

$(س+3\ ص)^2 = س^2+9\ ص^2$

يلاحظ تعميم الطالب لإجراء تربيع الحدود الجبرية إلى تربيع مجموع حدّين في المقادير الجبرية.

9.استراتيجيات في التحليل إلى العوامل الأولية

تنوعت استراتيجيات الطلبة الخاطئة تحت هذا النوع وكان منها:

1- اعتقاد الطلبة بأن الفرق بين مكعبين يحلل إلى العوامل الأولية بالاعتماد على القانون

$س^3 - ص^3 = (س - ص)$.

لقد قام 6 طلبة من أصل 9 أثناء المقابلة بتحليل الفرق بين مكعبين كما يظهر في المثال

$س^3 - 8ع^3 = س - 2ع$ "*بإيجاد الفرق بين الجذرين التكعيبين لكل من الحدّين*".

يلاحظ إهمال معظم الطلبة للمقدار الجبري الثاني $(س^2 + س\ ص + ص^2)$ في مفكوك الفرق بين مكعبين.

2- اعتقاد الطلبة بأن مجموع مكعبين يحلل إلى العوامل الأولية، بالاعتماد على القانون

$س^3 + ص^3 = (س + ص)$

وجد أثناء إجراء المقابلات أن 8 طلاب من أصل 10 قاموا بتبسيط المقدار $س^3 + 128$؛ ليكون الناتج $2(س+4)$ مفسرين ذلك: "*بإخراج عامل مشترك وإيجاد الجذر التكعيبي للحدّين* ".

يلاحظ إهمال معظم الطلبة للمقدار الجبري الثاني ($س^2$– س ص+$ص^2$) في مفكوك مجموع مكعبين كما في مفكوك الفرق بين مكعبين.

3- ظهر من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون بتعدد الاستراتيجيات المستخدمة في إيجاد مفكوك الفرق بين مربعين – طرح معاملات الحدّين الجبريين ووضع المتغيرات أي استخدام القاعدة غير الصحيحة الآتية: أس^2– ب ص^2=(أ– ب) س^{2}ص^2 "*طرح الأرقام من بعض وتبقى المتغيرات كما هي*".

كما أن 3 طلبة من 4 من طلبة الصف الثامن قاموا بتبسيط المقدار الجبري 16–9 ص^2 بصورة خاطئة هكذا 7ص^2 وتفسيرهم لذلك "نطرح من 16 العدد 9 ويكون الناتج 7 ثم وضع ص^2 ".

كما أن 4 طلبة من طلبة الصف الثامن من أصل 5 قاموا بتبسيط مفكوك الفرق بين مربعين باستخدام القانون التالي س^2- ص^2 = (س+ص)^2 - (س- ص) ^{2}، حيث قاموا باستخدام الإستراتيجية السابقة في حل السؤال التالي إذا كان س+ص=6، س– ص=5، فإن القيمة العددية للمقدار س^2– ص^2 = (6)^2– (5)^2 ليكون الناتج 11.

10. **استراتيجيات الاختزال**

تمحورت معتقدات الطلبة من خلال المقابلات فيما يلي:

1- إن الاختزال عند تبسيط الكسور الجبرية يتم بإحدى الطرق التالية:

$\frac{\text{ب س + ب}}{\text{ب}}$ = ب س أو س أو س+ ب أو ب س+1

حيث قام 4 طلاب باستخدام هذه الإستراتيجية مبررين ذلك: "*اختصار ب من البسط والمقام لأنها مشتركة*".

أو ب س +~~ب~~ = ب س
~~ب~~

ولقد فسرّ 3 طلاب ممن قاموا بهذه الإستراتيجية "*لأن ب/ب= صفر فيبقى ب س*".

أو ب س+ ~~ب~~ = ب س+1
~~ب~~

حيث قام طالب بأداء الاختزال بهذه الطريقة الخاطئة معتقداً بأن "*ب/ب=1 فالناتج ب س+ 1*".

أو ~~ب~~س+ب = س+ ب
~~ب~~

وبالمثل قام طالب آخر بإجراء الاختزال بهذه الطريقة مفسراً ذلك "*لأن ب/ب=1 فالناتج س+ ب*".

يمتلك معظم الطلبة العديد من التصورات الخاطئة فيما يتعلق بالاختزال منها، أن قيمة ب/ب=صفر، وعدم الانتباه بأن ب مقام للحدّين ب س، ب معاً.

2- إنّ اختصار الكسور الجبرية يتم باختصار الحد المشترك من البسط والمقام.

اعتقد 8 طلبة من أصل 9 أثناء المقابلة بأن قيمة 9ع/9ع=صفر، إضافة إلى عدم إخراج العامل المشترك الأكبر بين الحدّين في البسط والمقام، كما ظهرت في خطوات حلهم للسؤال

$\frac{3 + \cancel{9ع}}{15 + \cancel{9ع}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ "باختصار 9 ع من البسط والمقام ".

11. استراتيجيات في العمليات على الكسور الجبرية

تبين من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون بما يلي:

1- إنّ ضرب الكسور الجبرية يتم باستخدام خاصية الضرب التبادلي.

هدفت هذه المهمة إلى معرفة قدرة الطلبة على ضرب كسرين جبريين حيث أن 14 طالباً من

أصل 19 قاموا بتبسيط المقدار الجبري $\frac{\text{س}}{5} \times \frac{\text{ص}}{5}$ بصورة خاطئة هكذا 5 س+5 ص

مفسرين ذلك: "*بما أن المقامات موحدة يتم إجراء الضرب التبادلي*" أي أنهم يستخدمون قاعدة جبرية يمكن صياغتها كما يأتي $\frac{\text{س}}{\text{أ}} \times \frac{\text{ص}}{\text{أ}} = \text{أس} + \text{أص}$

يتضح من إجابة غالبية الطلبة وجود خطأ في خوارزمية ضرب الكسور الجبرية، حيث أنهم قد عبّروا بصراحة بأن الضرب يتم بإجراء الضرب التبادلي، والذي بدوره يعكس عدم امتلاكهم لقانون ضرب الكسور الجبرية بشكل صحيح.

2- جمع كسرين جبريين يتم بجمع البسطين، كذلك المقامين مع إهمال المقام إذا كان يساوي 1.

اتضح من مقابلة 9 طلبة من أصل 10 وجود خطأ في جمع الكسور الجبرية بتجاهل توحيد المقامات كما ظهر في الإجابة على السؤال التالي

$\frac{1}{\text{س}} + 2 = \frac{3}{\text{س}}$ فسروا ذلك $\frac{2+1}{\text{س}} = \frac{3}{\text{س}}$، "**جمع** *البسطين والمقام يبقى س*"

يلاحظ اعتقاد الطلبة بعدم ضرورة توحيد المقامات عند جمع كسرين جبريين.

3- جمع كسرين جبريين لهما نفس البسط يتم بأخذ البسط المشترك وتجمع المقامات، أو جمع البسطين والمقامين.

وجد أن 4 طلاب من 5 قاموا بجمع الكسرين الجبريين $\frac{7س}{3}+\frac{7س}{5}=\frac{7س}{8}$ "نأخذ أحد البسطين ونجمع المقامين، كما وأجابت طالبتان بأن الناتج $\frac{14س}{8}$

يلاحظ عدم تذكر الطلبة للعمليات السابقة مثل العمليات الأربعة على الكسور العادية .

12. استراتيجيات حل المعادلة الخطيّة والتربيعية بمتغير واحد

ظهر من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون ما يلي:

1- إن معنى إشارة التساوي هي طلب إجراء عملية.

لقد قام جميع طلبة الصف الثامن الذين تمت مقابلتهم بأن حل المعادلة الخطيّة بمتغير مثل 5+س= 4+8 كما يلي س=12 وكان التبرير لذلك: "بأن *قيمة س=4+8؛ لأن ناتج الجمع يعطي قيمة س*"، في حين أجاب اثنان من الطلبة بأن قيمة س=5/12.

5+س= 4+8 (بقسمة طرفي المعادلة على 5)

س= $\frac{12}{5}$

إن استخدام الطلبة للإستراتيجيات السابقة للحصول على حل المعادلة يدل على وجود ضعف في المفاهيم، حيث يلاحظ من إجابات الطلبة س=12 أن المساواة تعني طلب إجراء عملية حسابية، أما الإجابة الثانية فتعكس الخلط بين مفهومي النظير الجمعي، والنظير الضربي لديهم.

2- عدم وجود فرق بين حل المعادلة التربيعية بمتغير وتحليلها إلى العوامل الأولية.

وجد أن 6 طلاب من أصل 10 أثناء المقابلة قاموا بحل المعادلة س^2-11س+30=صفر فكان الناتج (س-6)(س-5)، لقد ظهر أثناء المقابلة أن سبب اعتقاد الطلبة بتحليل المعادلة التربيعية كحل لها هو اعتقادهم بعدم وجود فرق بين مفهومي تحليل وحل المعادلة التربيعية بمتغير واحد.

3- إن مجموعة حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد المكتوبة على الصورة س^2= ب^2 هي {ب}.

اتضح من مقابلة 7 طلبة من أصل 8 قاموا بحل المعادلة التربيعية ص^2 =25 بصورة خاطئة هكذا ص= 5 وفسروا ذلك: "*بإيجاد الجذر التربيعي للطرفين*".

يلاحظ أن لدى الطلبة معتقدات خاطئة تتعلق بضرب الأعداد السالبة، بأنّ القاعدة حول حاصل ضرب أي عددين موجبين يعطي عدداً موجباً تصح فقط على الأعداد الموجبة.

4- إن حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام إكمال المربع بعدم الاهتمام لوضع الثابت في أي طرف من المعادلة.

أكد 6 طلاب من أصل 8 أثناء المقابلة عدم ضرورة وضع الثابت في طرف من المعادلة وليكن الأيسر عند إكمال المربع.

5- إن العبارة الأولية تحلل.

حيث قام جميع الطلبة الذين تمت مقابلتهم بحل المعادلة التربيعية $س^2+4$ =صفر في مجموعة الأعداد الحقيقية كالتالي

$س^2+4$ =صفر "*وضع النظير الجمعي لِ 4 على الطرفين*"

$$\frac{-4 \quad -4}{\sqrt{س^2} = \sqrt{-4}}$$

"*ثم إيجاد الجذر التربيعي للطرفين*"

س = -2، 2

تظهر نتائج المقابلات أن غالبية الطلبة أجابوا بعدم وجود جذور حقيقية للمعادلة التربيعية، إلا أنهم توصلوا لعكس ذلك حيث أن لديهم معتقدات خاطئة بأن $\sqrt{-4} = -2، 2$، وقد سبب عدم إدراكهم لمجموعة الأعداد الحقيقية إعطاء إجابة غير صحيحة.

6- وبالنسبة لمجموعة حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد المكتوبة على صورة حاصل ضرب عاملين يعتقد الطلبة أن مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+5) (س−3) = صفر هي {5، −3}.

حيث اعتمد جميع الطلبة الذين تمت مقابلتهم والبالغ عددهم 7 على القاعدة غير الصحيحة الآتية عندما (س+أ) (س− ب)=صفر فإن مجموعة الحل هي {أ، −ب} وفسر ذلك: "*بأن مجموعة الحل هي الأعداد المجاورة للمتغير س في المقدار*".

7- تعدد صور القانون العام عند حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد.

لقد أخطأ جميع الطلبة البالغ عددهم 8 أثناء المقابلة في كتابة القانون العام عند حل المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام حيث أجابوا $س = -ب \pm \frac{\sqrt{ب^2 - 4أ ج}}{2أ}$

13. استراتيجيات تتعلق بجذور المعادلة التربيعية بمتغير

لقد تبين من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون بما يلي:

1- للمعادلة التربيعية التي مميزها عدد سالب جذران حقيقيان مختلفان.

ارتكب جميع الطلبة أثناء المقابلة خطأ في تحديد عدد جذور المعادلة التربيعية عندما يكون مميزها عدداً سالباً، وقد عبروا عن وجود جذرين حقيقيين مختلفين.

حيث ظهر إخفاق الطلبة في تذكر التعميم الخاص بنوع جذور المعادلة عند معرفة إشارة المميز.

2-إن مجموع جذري المعادلة التربيعية (–ب/أ) بمتغير واحد يساوي حاصل ضربهما (ج/أ).

حيث ظهر خلط عند جميع الطلبة الذين تمت مقابلتهم بين مجموع جذري المعادلة التربيعية بمتغير وحاصل ضربهما.

14. استراتيجيات حل المتباينة الخطيّة بمتغير

لوحظ من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون بما يلي:

1- إذا قسم طرفا المتباينة على عدد سالب فإن إشارة المتباينة لا تتغير.

كذلك لم يتمكن معظم الطلبة من حل المتباينة –2س>18 بشكل صحيح، حيث أجاب 7 طلبة من أصل 8 أثناء المقابلة بأن س>-9 وكان تبريرهم: "كما *نحل المعادلة بالقسمة على معامل س هنا نقسم –2 الطرفين*"

يلاحظ وجود خطأ مفاهيمي يتعلق بعدم تغيير إشارة المتباينة عند القسمة على عدد سالب حيث لا يوجد فرق لديهم بين حل المعادلة والمتباينة.

2- عدم وجود فرق بين الإشارتين ≤ ، < في تحديد أكبر عدد يحقق المتباينة.

لم يتمكن جميع الطلبة الذين تمت مقابلتهم والبالغ عددهم 8 من تحديد أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة 3س<12 بطريقة صحيحة حيث أجابوا س=4 والسبب في ذلك: *"يتم حل المتباينة بالقسمة على 3 الطرفين فيكون الناتج س=4"*.

15. استراتيجيات في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية

تبين من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون باستخدام الترجمة الحرفية بتحويل الكلمات بحيث تشكل معادلة جبرية، وذلك بتبديل الكلمات المفتاحية برموز رياضية مناظرة لها.

حيث أن 12 طالباً من أصل 17 أثناء المقابلة، عبّروا جبرياً عن العلاقة التي تمثل الجملة التالية: عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين حيث ترمز س لعدد المعلمين، فيما ترمز ص لعدد الطلبة بالمعادلة 6 س ص مفسرين ذلك: *"تحويل كل كلمة إلى رمز، بما أن هناك كلمة أضعاف نضع إشارة ×"*، في حين قام 3 طلبة بإعطاء إجابة أخرى س=6 ص مفسرين ذلك *"تعنى ستة طلاب تقابل كل معلم"*.

هناك فهم غير صحيح للأساسيات التي يحتاجها الطلبة لبناء معادلة جبرية، حيث يحاول الطلبة في أغلب الأحيان أن يترجموا كلمة بكلمة من المسألة إلى اللغة الجبرية التي يحدث خلالها تحويلات خاطئة، حيث اتضح من إجابة غالبية الطلبة أثناء المقابلة عدم قدرتهم على

تحديد العمليات الحسابية المناسبة لكتابة المعادلة الجبرية، بسبب استخدام الترجمة الحرفية دون الاعتماد على فهم المسألة ومعرفة المعنى للربط بين المتغيرات بمعادلة ما.

أما الإجابة على السؤال الثالث: ما مدى تمسك طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر بهذه الأخطاء الشائعة عند تقديم نفس المسائل أو مسائل مشابهة مرة أخرى؟

فقد كانت نتائج هذا السؤال تظهر بشكل عام أن أكثر من ثلاثة أرباع الطلبة الذين تمت مقابلتهم يتمسكون باستراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبريّة الأساسية، وفيما يلي استعراض للنتائج.

فقد تم مقارنة كل إستراتيجية حل مصاحبة لخطأ شائع بين الاختبار والمقابلة، وتبع ذلك حساب النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين كما يظهر في الملحقين **رقم (4- د)، و (4- هـ).**

ولتقديم صورة مختصرة لأبرز النتائج المتعلقة بالإجابة على السؤال الثالث من الدراسة، تم حساب المتوسط الحسابي للنسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في المفاهيم الجبرية الأساسية كما يظهر في الجدول رقم (4-8).

الجدول رقم (4-8): المتوسط الحسابي للنسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة للأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في الاختبار والمقابلة

الرقم	استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية	المتوسط الحسابي للنسب المئوية	
		الصف الثامن	الصف العاشر
1	خطأ في فك الأقواس	%72.3	*
2	الحل المنقوص	%85	%83.3
3	خطأ في جمع الحدود الجبرية	%34.6	%25.2
4	خطأ في الخلط بين العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر	%100	%100
5	خطأ في جمع الحدود والمقادير الجبريّة	%91.7	%82.8
6	خطأ في طرح الحدود والمقادير الجبريّة	%77.5	%60
7	خطأ في إيجاد الجذر التربيعي	%50	%72.2
8	خطأ في العمليات على الحدود الجبريّة	%63.4	%72.9
9	خطأ في إيجاد مفكوك مربع حد ومقدار جبري	%50	%70.9
10	استعمال خاطئ للاختزال	*	%81.9
11	خطأ في التحليل إلى العوامل الأوليّة	%77.5	*
11	خطأ في العمليات على الكسور الجبريّة	%66.7	%83.3
12	خطأ في حل المعادلة الخطيّة والتربيعيّة بمتغير واحد	%100	%87.1
13	أخطاء تتعلق بجذور المعادلة التربيعيّة بمتغير	*	%100
14	أخطاء في حل المتباينة الخطيّة بمتغير	*	%33.1
15	أخطاء في ترجمة المسائل الكلاميّة إلى معادلات جبريّة	%24	%23.3

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

يلاحظ من الجدول **(4-8)** أن المتوسط الحسابي للنسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية مرتفعة لدى طلبة الصفين في غالبية

الأسئلة، وقد وُجِد في بعض الحالات تغيير الطلبة للاستراتيجيات أثناء المقابلات وذلك بتقديمهم لاستراتيجيات حل صحيحة.

كما أن النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين بين الاختبار والمقابلة قد تراوحت بين 50% إلى 100%، وأن المتوسط الحسابي للنسب المئوية للثبات لدى طلبة الصف العاشر قد بلغ ما يقارب 85%.

وفيما يلي بعض مقتطفات من المقابلات مع الطلبة، بحيث يدل الحرف (ب) على الباحثة، (ط) على الطالب:

- ب: أكتب دون استخدام الأقواس المقدار 9س- (5 ص-11)؟

ط: −45 س ص+ 99 س.

ب: وكيف نكتب المقدار 7س- (3 ص-4) دون استخدام الأقواس؟

ط: -21 س ص+ 28 س.

ب: كيف توصلت إلى هذة الإجابة؟

لقد قام الطالب بتفسير هذا الإجراء بقوله: "*نضرب العدد خارج القوس في الحدّين في المقدار الجبري*" معتقداً بأنه لا فرق بين كتابة الحد −9س و9س− فعملية الطرح كضرب حد في مقدار جبري.

أما فيما يتعلق بنتائج الاختبار والمقابلة، فقد توافقت إلى حدٍ بعيد، حيث تبين عدم فهم الطالب بأن إشارة العدد تقع على يمينه حيث اعتقد أن عملية الطرح كتوزيع الضرب على الجمع.

- ب: ما هي العوامل الأولية للمقدار 16-9 ص^2 ؟

ط: 7 ص^2.

ب: وكيف نكتب المقدار 36- 25 ص^2 ؟

ط: 11 ص^2.

ب: كيف توصلت إلى هذه الإجابة؟

لقد فسر الطالب إجابته بقوله "*نقوم بإجراء عملية طرح الأعداد ويبقى المتغير كما هو*" يعتقد الطالب أن تحليل مقدار جبري يعني إجراء عملية حسابية، فهو لا يفرق بين 16-9 ص^2 و 16ص^2- 9ص^2، كما أن فكرة تحليل الفرق بين مربعين لم يستحضرها الطالب أبداً لحل هذا السؤال.

ب: أوجدي حاصل ضرب $\frac{\text{س}}{5} \times \frac{\text{س}}{5}$ ؟

ط: 5 س+5 ص.

ب: أوجدي حاصل ضرب $\frac{\text{س}}{7} \times \frac{\text{س}}{7}$ ؟

ط: 7 س+7ص.

ب: كيف توصلت إلى هذا الجواب؟

لقد فسرت الطالبة إجابتها بقولها "*المقامات موحدة يتم إجراء الضرب التبادلي*" وذلك استناداً إلى القاعدة الجبرية الآتية $\frac{\text{س}}{\text{أ}} \times \frac{\text{ص}}{\text{أ}} = \text{أ س} + \text{أ ص}$

حيث أنها عبرت بصراحة بأن ضرب الكسور الجبرية يتم بإجراء الضرب التبادلي (كأنهما طَرَفَا تناسب حيث تجد حاصل ضرب الطرفين ويجمعهما)، والذي بدوره يعكس عدم امتلاكها لقانون ضرب الكسور الجبرية بشكل صحيح.

- ب: أوجد مفكوك المقدار $(س+3ص)^2$ ؟

ط: $س^2 + 9 ص^2$.

ب: وكيف نكتب مفكوك المقدار $(س+5ص)^2$ ؟

ط: $س^2+25 ص^2$.

ب: كيف توصلت إلى هذه الإجابة؟

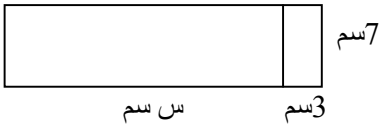
ط: التربيع يعني ضرب الحد في نفسه مرتين يعني س×س=$س^2$، و 25 $ص^2$

ب: ما هو القانون الذي اعتمدت عليه في الحل؟

ط: مربع مجموع حدّين= مربع الحد الأول+ مربع الحد الثاني.

ويرجع سبب وقوع الطالب في هذا النوع من الخطأ إلى تطبيقه قاعدة معينة (تربيع حدّ جبري كتربيع مقدار جبري) حيث قام بتعميمها على حالات أخرى في النظام الجبري

- ب: أوجد مساحة الشكل الهندسي الآتي بالسنتمترات المربعة:



ط: الشكل عبارة عن مستطيل ومساحته = الطول× العرض

= 3× س× 7

= 21 س

ب: أوجد مساحة الشكل الهندسي الآتي بالسنتمترات المربعة:

ط: الشكل عبارة عن مستطيل ومساحته = الطول× العرض

= 4 × ص× 8

= 32 ص

ب:إذا طلب منك تفسير إجابتك لأحد زملائك، كيف تفسر؟

ط: الطول 4 و ص، العرض 8 ثم نعوض في قانون مساحة المستطيل=4×ص×8=32 ص

ب: إذا كانت ص=2، أوجد طول المستطيل؟

ط: طول المستطيل =6 سم.

هذا يدل على أنه ليس لديه فكرة واضحة عن كيفية كتابة طول المستطيل إذا كان جزء يحتوي على متغير. لوحظ أن لدى الطالب فهم واضح بأنه لإيجاد الطول ينبغي الإضافة بدليل إيجاد طول المستطيل، عندما علمت القيمة العددية للمتغير، حيث استطاع تحديد البعد بشكل صحيح، لكن لم يكن قادراً على كتابة البعد ص+4 بهذه الصورة.

ب: أكتب الكسر $\frac{6س+6}{6}$ بأبسط صورة؟

ط: س

ب: أكتب الكسر $\frac{7س+7}{7}$ بأبسط صورة؟

ط: س

ب: كيف وصلت لهذه الإجابة؟

ط: 7س+7/7 لا يبقى في البسط سوى س.
7/

ط: س

يظهر أن عملية الاختزال صحيحة، ولكن أشار هذا الطالب بأن قيمة 7/7 = صفر، مما أدى لعدم توصله إلى الناتج الصحيح.

وفي مقابلة مع طالب آخر أشار بأن الناتج هو 6س

ب: كيف وصلت لهذه الإجابة؟

ط: 6س+ 6/6 لأن الأعداد تحذف مع بعض.
6/

تعكس حالة الاختزال السابقة عدم الإدراك السليم لمفهوم الكسر الجبري، والضعف في مفهوم المقدار الجبري.

وفي إشارة إلى الخطأ التالي الذي يعدّ من الأخطاء الشائعة كما ورد في الأدب التربوي إلا أنه لا يعدّ كذلك في هذه الدراسة، ولكن لقد تم سؤال بعض طلبة الصفين أثناء المقابلة عنه وهذا جزء من إحدى المقابلات.

- ب: حل المعادلة 3 س= 63

ط: 6

ب: كيف وصلت لهذه الاجابة؟

ط: لأن العدد س في منزلة العشرات.

ب: ما الذي ستقوله لشخص ما كي يجد حل المعادلة؟

ط: عليه تحديد منازل العدد هنا 3 في منزلة الآحاد، س و 6 في منزلة العشرات.

ولقد فسر أحد الطلبة أنها مثل 3 و َ س= 3 و َ 6، وبهذا س=6

يمكن الإشارة هنا إلى استخدام خاصية المجاورة، أي قام الطالب باستخدام خصائص الحساب على الجبر.

وفي سياق آخر يتعلق بتبسيط المقادير الجبرية، كما يظهر في مقابلة إحدى طالبات الصف الثامن حيث أن هذا السؤال بلغت نسبة الخطأ فيه في الاختبار لدى طلبة الثامن 45.1% وهي أعلى نسبة لديهم.

- ب: إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 9س+2ص؟

ط: 11س ص.

ب: إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 7س+3ص ؟

ط: 10س ص.

ب: ما الذي ستقوله لشخص ما كي يكتب المقدار بأبسط صورة ؟

ط: الأعداد تجمع والرموز تضرب.

ويعكس ذلك عدم الإدراك السليم لجمع الحدود الجبرية غير المتشابهة.

- أكتب المعادلة التي تمثل الجملة التالية: عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين بدلالة س، ص حيث س عدد المعلمين، ص عدد الطلبة؟

ط:6 س ص

ب: كيف وصلت لهذه الإجابة؟

الطالب: إذا قمنا باستبدال الكلمات بأحرف فإننا نصل لهذه النتيجة.

- إذا كان س+ص=6 ، س− ص=5، فأوجد القيمة العددية للمقدار $س^2 - ص^2$

ط: 11

ب: كيف وصلت لهذه الإجابة؟

ط: $س^2 - ص^2 = (6)^2 - (5)^2$

$= 36 - 25$

$= 11$

والحقيقة أنّ ذلك يعكس عدم معرفة تحليل الفرق بين مربعين، مما أدى به إلى الوقوع في هذا الخطأ.

وفي حل معادلة تربيعية على صورة مجموع مربعين في مجموعة الأعداد الحقيقية كما يظهر في مقابلة أحد طلبة الصف العاشر حيث أن هذا السؤال بلغت نسبة الخطأ فيه 58.7% وهي من النسب المرتفعة لديهم.

- ب:أوجد مجموعة حل المعادلة $س^2+4$= صفر في مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

ط: { 2،−2}

ب: كيف وصلت لهذه الإجابة؟

ط: $س^2+4$=صفر (س−2)(س+2)= صفر س={2،−2}

ب: أوجد مجموعة حل المعادلة $س^2+ 25$=صفر في مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

إجابة الطالب المتوقعة: {5،−5}

يلاحظ أن الطالب استخدم قانون الفرق بين مربعين في تحليل مجموع مربعين.

- وفي سياق آخر يتعلق بإيجاد عدد جذور معادلة تربيعية بمعرفة إشارة المميز.

ب: إذا كان مميز معادلة تربيعية عدداً سالبا، ما عدد الجذور الحقيقية للمعادلة؟

ط: جذران حقيقيان مختلفان.

ب: كيف وصلت لهذه الإجابة؟

ط: إذا كان المميز < صفر فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقيين مختلفين

ب: إذا كان مميز معادلة تربيعية صفر، ما عدد الجذور الحقيقية للمعادلة؟

ط: لا يوجد جذور حقيقة للمعادلة.

يلاحظ أن حالات المميز لدى الطالب غير واضحة بدليل الخلط بينها.

وفيما يتعلق بإيجاد مفكوك الفرق بين مكعبين، حيث اختلف نمط الخطأ الشائع لدى طلبة الصف العاشر في هذه الدراسة عنه فيما ورد في الأدب التربوي.

ب: ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^3 - 8ع^3$ ؟

ط: (س−2ع).

ب: ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^3 - ع^3$ ؟

ط: (س−ع).

ب: هل استخدمت قاعدة؟ كيف عرفت؟

ط: يحلل الفرق بين مكعبين على الصورة $س^3 - ص^3 =$(س− ص)

يلاحظ إهمال (حذف) الطالبة للمقدار الثاني في قانون الفرق بين مكعبين.

- ب: ما هي العوامل الأولية للمقدار $2س^3+128$؟

ط: 2(س+ 4)

ب: ما هو القانون الذي اعتمدت عليه في حل السؤال؟

ط: تحليل مجموع مكعبين على الصورة $س^3+ ص^3 =$ (س+ ص)

- وفي سياق يتعلق بجمع حدّين جبريين متشابهين تم ملاحظة أن نسبة شيوع هذا الخطأ لدى طلبة الصف العاشر؛ تفوق النسبة لدى طلبة الصف الثامن في الاختبار، وهذه إحدى المقابلات مع طالبة من الصف العاشر.

ب: أوجدي ناتج جمع س+س؟

ط: $س^2$

ب: ما هو ناتج جمع ص+ص؟

ط: $ص^2$

ب: كيف توصلت إلى هذا الجواب؟ ط: "$س^1 + س^1$ ونجمع 1+1 ".

ملخص النتائج:

يمكن القول بشكل عام أن نتائج الدراسة تظهر وجود عددٍ كبيرٍ من الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية، وقد قدمت ذخيرة معرفية واسعة عن الأخطاء الجبرية الشائعة وأنماط تكرارها لدى الطلبة، وتبين أنّ استراتيجيات التفكير التي يستخدمها الطلبة والمصاحبة لأخطائهم في نفس الموضوع تعتمد على استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، كما أن أكثر من ثلاثة أرباع طلبة الصفين اللذين تمت مقابلتهم يتمسكون بهذه الاستراتيجيات المصاحبة للأخطاء الشائعة مما يدل على أنها ثابتة بدرجة كبيرة. وفيما يلي ملخص لأهم النتائج:

- أعلى متوسط حسابي للنسب المئوية لأنواع الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف الثامن كان في الأخطاء المفاهيميّة وأقلها في الأخطاء المتنوّعة الأخرى، كما أنّ أعلى نسبة لأخطاء طلبة الصف العاشر كانت في أخطاء التعميمات بفارق طفيف عن الأخطاء المفاهيميّة وأقلها في الأخطاء المتنوّعة الأخرى.

- أكثر الأخطاء المفاهيميّة شيوعاً عند طلبة الصف الثامن كان الخطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين، أما لدى طلبة الصف العاشر فكان الخطأ في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد وذلك بتحليل العبارة الأولية وأقلها لدى طلبة الصف الثامن كان الخطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين، أما لدى طلبة الصف العاشر فكان الخطأ في جعل أحد المتغيرات موضوعاً للقانون.

- أكثر أخطاء التعميمات شيوعاً لدى طلبة الصف الثامن الأساسي كان الخطأ في طرح المقادير الجبرية بينما لدى طلبة الصف العاشر كان الخطأ في إيجاد الجذر التربيعي لمجموع

مربعين، وأقلها لدى طلبة الصف الثامن الخطأ في التحليل إلى العوامل الأولية وذلك بتحليل الفرق بين مربعين، أما لدى طلبة الصف العاشر فكان الخطأ في تحديد عدد الجذور الحقيقية عند معرفة إشارة المميز.

- أكثر الأخطاء الإجرائية شيوعاً لدى طلبة الصف الثامن الخطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية، بينما لدى طلبة الصف العاشر كان الحل المنقوص المتعلق بإيجاد جذور المعادلة التربيعية يعتمد على النظير الجمعي والنظير الضربي، وأقلها لدى طلبة الصفين كان الخطأ في ضرب الكسور الجبرية.
- أما الأخطاء المتنوّعة الأخرى الشائعة لدى طلبة الصفين فكان هناك خطأ واحد لدى طلبة الصف الثامن والمتمثل بالخطأ في إيجاد القيمة العددية لمقدار جبري عند قيمة محددة للمتغير، أما لدى طلبة الصف العاشر، فكان الخطأ بالاعتقاد بأن المقدار الجبري مكتوب بأبسط صورة.
- في معظم الحالات، تقل الأخطاء الشائعة بازدياد درجة الصف، كما ظهر بمقارنة الأخطاء في الاختبار (أ) لدى طلبة الصفين.
- ثلث الطلبة تقريباً (في كل صف) أخطأوا في تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة.
- وقد لوحظ بشكل عام تنوع استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء الطلبة في المفاهيم الجبرية الأساسية ومن أهمها استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، أو تطبيقها بصورة خاطئة، أو الخلط بين المفاهيم، أو استخدام تعميمات جبرية غير صحيحة كحذف أجزاء منها، أو اللجوء لتعديل تعميمات أخرى واستخدامها في مواقع غير مناسبة، وتعتبر

استراتيجيات الحل المنقوص من أكثرها ظهوراً والتي تعكس خللاً في البنية الجبرية الأساسية لدى الطلبة.

- كما لوحظ أن الطلبة وقعوا في نفس الخطأ في الاختبار أصلاً وأعادوا إنتاج نفس الأخطـــاء في المقابلة.
- أكثر من 75% من الطلبة الذين تمت مقابلتهم يتمسكون باستراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية.
- النسبة المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية مرتفعة لدى طلبة الصفين في غالبية الأسئلة، وقد تراوحت بين 50% إلى 100%.

الفصل الخامس

تفسير ومناقشة النتائج والتوصيات

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن أنماط الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، كما هدفت إلى التعرف على استراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء من خلال وصف الطلبة لطريقة حل هذه المسائل الجبرية والتي أدت إلى الوقوع في الخطأ، إضافة إلى التعرف على مدى ثبات هذه الاستراتيجيات عند حل نفس المسائل مرة أخرى وعند حل مسائل مشابهة للمسألة الأصلية.

أظهرت النتائج وجود عددٍ كبيرٍ من الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية، كما أظهرت أن استراتيجيات التفكير التي يستخدمها الطلبة والمصاحبة لأخطائهم في نفس الموضوع تعتمد على استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، وتبين أيضاً أن أكثر من ثلاثة أرباع طلبة الصفين الذين تمت مقابلتهم يتمسكون بهذه الاستراتيجيات عند حل نفس المسائل مرة أخرى وعند حل مسائل مشابهة للمسألة الأصلية.

وفي هذا الفصل سوف تتم مناقشة نتائج كل سؤال على حدة، ومن ثمّ عرض نقاش عام وأخيراً سوف تعرض توصيات هذه الدراسة المنبثقة عن النتائج.

مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول

كان نص هذا السؤال: "ما الأخطاء الشائعة وما هي أنماط تكرارها عند كلٍ من طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية؟ " وقد تمت الإجابة عن هذا السؤال من خلال رصد أداء الطلبة على أسئلة الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية.

وقد بيّنت النتائج تنوّع الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين، وقد لوحظ أن أعلى نسبة مئوية للأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصف الثامن كانت في جمع حدّين جبريين غير متشابهين. ويفسر هذا باعتقاد الطلبة أن إشارة التساوي يجب أن تعطي ناتجاً واحداً، وعليه يقوم الطالب بإجراء خاطئ لإنتاج حدٍ واحد، وبهذا فإن 2س+9ص بسطت بطريقة خاطئة هكذا 11س ص، وقد اتفقت تلك النتيجة مع العديد من الدراسات التي تمت مراجعتها في هذا المجال (أبو عواد، 2006؛ الحروب، 2002؛ Kieran, 1981; Perso, 1992; Sharma, 1988).

وفي نفس السياق كانت أعلى نسبة مئوية للأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف العاشر في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد والتي ظهرت في إهمال الجذر السالب للعدد عند إيجاد جذور العدد. ويفسر هذا باعتقاد الطلبة أن القاعدة حول حاصل ضرب أي عددين موجبين تعطي عدداً موجباً تصح فقط على الأعداد الموجبة، حيث اتفقت تلك النتيجة مع نتائج دراستين سابقتين عن الموضوع (الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004)، فيما كانت أقل نسبة مئوية للأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف الثامن في الحل المنقوص، وظهر ذلك في كتابة القيمة العددية لمقدار جبري بأنها ليست بحاجة إلى تبسيط عند التعبير عنها، وهذا يتفق مع نتائج عدة دراسات سابقة (أبو عواد، 2006؛ أحمد، 1995)، وقد صنّفت كأخطاء عشوائية لصعوبة تفسيرها والتنبؤ بها.

كما لوحظ أن الأخطاء الشائعة تقل بازدياد درجة الصف، أي أن طلبة الصف العاشر لـــديهم أخطاء شائعة أقل من طلبة الصف الثامن كما ظهر بمقارنة الأخطاء في الاختبار (أ)، وهـــذا يؤكد العلاقة العكسية بين عدد الأخطاء الشائعة والمستوى الصفي، وهذا متوقع كون الطلبـــة

يتعرضون إلى خبرات جبرية جديدة مع تقدم المرحلة الدراسية. وقد كان هناك استثناء في سؤالين، حيث كان أداء طلبة الصف الثامن أفضل بكثير من أداء طلبة الصف العاشر، فالخطأ الشائع عند حل السؤال الثالث والمتمثل باستبدال عملية طرح مقدار جبري من آخر بضربهما، ربما لا نستطيع تفسيره، وأن هذا الأمر يحتاج إلى دراسة مستقبلية والبحث للتحقق فيما إذا كان هذا نمطاً أم مجرد خطأ وقع بالصدفة عند هذه العينة، ومعرفة أنواع الخبرات التي يتعرض لها الطلبة، الأمر الذي قد يساعد في تقديم تفسيرات ملائمة. مما يجدر ذكره هنا أنّ هذا النمط من الأخطاء الشائعة لم يرد في نتائج الدراسات السابقة التي تناولتها الباحثة، رغم ظهور النوع الثاني والمتمثل بطرح مقدارين جبريين، بحيث يتم طرح الحدّ الأول في المقدار الجبري الثاني من المقدار الأول كخطأ شائع لدى طلبة الصف الثامن وهذا يتفق مع نتائج العديد من الدراسات التي تمت مراجعتها في هذا المجال وهي (Dawkins, 2006; Esty, 1997; Larson et al, 2001).

وفيما يتعلق بالخطأ الشائع عند حل السؤال الخامس المتمثل بجمع حدّين جبريين متشابهين كضربهما، مثلاً س+س جمعت بطريقة خاطئة هكذا $س^2$، وقد يعزى لأسباب لا نستطيع تفسيرها.

كما لوحظ عدم وقوع طلبة الصف العاشر في أخطاء شائعة في فك الأقواس، وهذا يتفق مع نتائج دراسة (ضبابات، 1999) حيث يعدّ الخطأ في توزيع عملية الضرب على الجمع من أقل الأخطاء شيوعاً لدى طلبة الصف العاشر، وعلى النقيض من ذلك فإن طلبة الصف الثامن قد وقعوا في هذا الخطأ الشائع والذي بدوره اتفق مع نتائج دراسة (أبو عواد، 2006) و(أبو لبن، 1999) و(أحمد، 1995) و(ضبابات، 1999) و(الطيطي، 1989) و(Dawkins, 2006)

و(Hunter,1995) و (Sharma, 1988) كما أنهم قد وقعوا في خطأ في ضرب المقادير الجبرية، وذلك في عدم حساب الحد الأوسط عند ضرب مقدارين ثنائيين، ويفسر هذا باعتقاد الطلبة بأن ضرب مقدارين جبريين يتم بضرب كل حدّ في المقدار الأول بنظيره في المقدار الثاني، حيث انسجمت هذه النتيجة مع دراسة محمد (2004).

كما تم التوصل إلى تقارب النسبة المئوية للأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين في ضرب كسرين جبريين، ويفسر هذا الخطأ باعتقاد الطلبة بأن الضرب يتم بإجراء الضرب التبادلي (كأنهما طَرَفَا تناسب حيث يجد الطالب حاصل ضرب الطرفين ويجمعهما)، والذي بدوره يعكس عدم امتلاك الطلبة لقاعدة قائمة على الفهم تساعد في ضرب الكسور الجبرية بشكل صحيح، ولقد انفردت هذه الدراسة في الكشف عن هذا النمط من الأخطاء الشائعة، والذي لم يرد ضمن أدبيات الدراسة التي تناولتها الباحثة.

كان واضحاً أن عدد الأخطاء الشائعة التي توصلت إليها هذه الدراسة كبيراً، إذ انسجمت معظم نتائجها مع دراسات تناولت موضوعات متصلة بموضوع الدراسة الحالية، فمثلاً فيما يتعلق بالأخطاء المفاهيميّة، لوحظ وجود خطأ لدى الطلبة في اعتبار المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) بأنه العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) لمقادير جبرية، حيث انسجمت هذه النتيجة مع دراستين سابقتين (ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989)، واتفقت بوجود خطأ في اعتبار (ع.م.أ) هو (م.م.أ) لمقادير جبرية مع دراستين سابقتين هما (أبو عواد، 2006) و(الحروب، 2002) وكذلك انسجمت بوجود أخطاء في إيجاد مجموع متغير وثابت مع دراسة (Sleeman, et al., 1989) و(Hunter, 1995) ، إضافة إلى الاتفاق مع دراسة (محمد، 2004) في وقوع الطلبة بخطأ في قسمة حدّين جبريين بقسمة أسسهما، وقد يعزى ذلك إلى

تعميم عملية القسمة من الأعداد الصحيحة إلى قسمة الحدود الجبرية، واتفقت نتائج الدراسة الحالية بوجود أخطاء في جمع الكسور الجبرية بتجاهل توحيد المقامات، ولقد وجد أن نسبة الأخطاء الشائعة كانت أعلى عند جمع كسر وعدد صحيح، مثلاً $\frac{1}{س}+2=\frac{3}{س}$، حيث قام الطلبة بجمع البسطين، مقارنة بجمع كسرين جبريين، وقد يعود ذلك إلى سهولة إجراء جمع البسطين عندما يكون أحدهما عدداً صحيحاً وهذا ينسجم مع نتائج دراسة (الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004؛ Nishizawa, Matsui & Yoshioka; 2003) وكذلك في الخلط بين النظير الجمعي والضربي عند حل معادلة خطية بمتغير واحد، واتفقت هذه النتيجة مع نتائج دراسة (ضبابات، 1999) و (الطيطي،1989) و(اليونس، 2004)، كذلك اتفقت نتائج هذه الدراسة في ارتكاب الطلبة لخطأ بتحليل العبارة الأولية مع دراسة (اليونس، 2004).

وفي سياق آخر يتعلق بأخطاء التعميمات الرياضية فقد اتفقت نتائج الدراسة بوجود استدعاء خاطئ في إيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين مع دراسة (ضبابات، 1999؛ اليونس، 2004؛ Dawkins, 2006). أما فيما يتعلق بالاستدعاء الخاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لحدّ جبري فقد انسجمت مع نتائج إحدى الدراسات حول الموضوع (Dawkins, 2006)، وفيما يتعلق بالخطأ في إيجاد مفكوك مربع حدّ جبري فقد انسجمت مع نتائج دراسة (أبو عواد، 2006؛ Dwakins, 2006)، كذلك الوقوع في خطأ في إيجاد مربع مجموع حدّين فقد اتفقت مع نتائج العديد من الدراسات في هذا المجال (اليونس، 2004 ; Schoenfeld, 2005; ; Dawkins, 2006)، واتفقت نتائج الدراسة الحالية بوجود أخطاء في اختصار الأشياء المتشابهة عند تبسيط الكسور الجبرية مع دراسة (Bernard, 1989) ، وفي جانب آخر

اتفقت النتائج في الاستدعاء الخاطئ للقانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد مع دراسات أخرى (ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004).

وقد لوحظ أن نسبة الأخطاء المتعلقة بالتعميمات عالية، ويتفق ذلك مع نتائج دراسة (اليونس، 2004)، وتعزى النتيجة إلى البنية الرياضية، حيث تعتمد التعميمات اعتماداً كبيراً على المفاهيم في تكوينها واستيعابها وتحتاج إلى قدرة رياضية أكبر من المفاهيم.

وفي سياق آخر يتعلق بالأخطاء الإجرائية فقد اتفقت نتائج هذه الدراسة بوجود أخطاء عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بإيجاد قيمة متغير واحد مع دراسة (ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004) كذلك انسجمت في ارتكاب الطلبة لخطأ في طرح حدّين جبريين متشابهين بقلب خوارزمية الطرح مع نتائج دراسة محمد (2004)، وقد يعزى هذا الخطأ إلى وجود ضعف لدى الطلبة في جمع وطرح الأعداد الصحيحة السالبة، إضافة إلى اعتبار عملية الطرح تبديلية.

وأخيراً انسجمت نتائج الدراسة فيما يتعلق بالتعويض بصورة خاطئة في القانون العام مع دراستين سابقتين عن الموضوع هما (ضبابات، 1999) و (الطيطي، 1989)، وقد يعزى هذا الخطأ إلى طريقة التدريس وذلك باهتمام المعلمين بالمعرفة الإجرائية أكثر من المعرفة المفاهيميّة.

وجدير بالذكر أن النتيجة العامة التي أظهرت فارقاً في أصناف الأخطاء الشائعة التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في الأسئلة المشتركة في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية لصالح طلبة الصف العاشر، كونهم قد تعرضوا لمواضيع موسعة في الجبر في الصفين الثامن والتاسع الأساسيين.

مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني

كان نص هذا السؤال: " ما استراتيجيات التفكير التي يستخدمها طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر والمصاحبة لأخطائهم في المفاهيم الجبرية الأساسية ؟ "

تطلبت الإجابة على هذا السؤال مقابلة عينة من الطلبة ممن أجابوا بطريقة خاطئة عن العديد من فقرات الاختبار التشخيصي، للكشف عن استراتيجية التفكير التي استخدمها كل منهم، حيث أن الخطأ يعتبر مؤشر للإجراءات الذهنية للمتعلم، وبتحليله ندرك أكثر كيف تعمل هذه الإجراءات، التي وصفت استراتيجيات التفكير (العمليات الذهنية) في بعض المهام الجبرية، مما وفر إمكانية الحصول على فهم أصول هذه الاستراتيجيات ومبرراتها.

وقد لوحظ بشكل عام تنوّع استراتيجيات التفكير المصاحبة لأخطاء الطلبة في المفاهيم الجبرية الأساسية ومن أهم هذه الاستراتيجيات استخدام خصائص غير صحيحة للنظام الجبري، كخاصية توزيع الضرب على الجمع، أو تطبيقها بصورة خاطئة، أو الخلط بين المفاهيم، أو استخدام تعميمات جبرية غير صحيحة كحذف أجزاء منها، أو اللجوء لتعديل تعميمات أخرى واستخدامها في مواقع غير مناسبة وهذا ينسجم بما ورد في نظرية التعديل كإحدى نظريات توليد الأخطاء القائمة على مجموعة من الاستراتيجيات غير الكاملة من خلال تطبيق مبادئ الحذف على تمثيلات رسمية للإجراء الصحيح، فتحدث الأخطاء عندما يواجه المتعلم موقفاً غير مألوف له أثناء أدائه مهمة والتي توصله إلى طريق مسدود، حيث يحاول إيجاد طريقة معروفة وتطبيقها على المهمة بطريقة خاطئة (Brown & Vanlehn, 1980)، كما وتعكس هذه الاستراتيجيات عدم الإدراك السليم لها أصلاً، وتعتبر استراتيجيات الحل المنقوص من أكثرها ظهوراً، كما لوحظ وجود العديد من الاستراتيجيات التابعة للحل

المنقوص، حيث يبدأ الطالب بالإجابة عن السؤال ثم لا يتم الحل بل يتوقف عند نقطة لأنه يعتقد أن الحل انتهى، حيث وجد أن الحل لا يعزى إلى النسيان من خلال المقابلات.

تبين من المقابلة أن الطلبة يعتقدون بأن إيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين يتم بإيجاد الجذر التربيعي لكل منهما ثم جمعهما مثلاً ($\sqrt{9س^2+25}$ = 3س+5)، إحدى التفسيرات الممكنة لهذا الخطأ تعتمد على نظرية التعميمات الخاطئة (Mis-generalization theory) بأن الطالب استنتج قاعدة متسقة مع التعميم من إيجاد الجذر التربيعي لحد جبري إلى الجذر التربيعي لمجموع مربعين، حيث نتجت القاعدة غير الصحيحة $\sqrt{أ^2س^2+ب^2}$ = أس+ب (Sleeman, 1984).

وقد لوحظ وجود ضعف في المعرفة المفاهيميّة والإجرائية في العمليات على المتغيرات، فتبين أن أكثر الأخطاء شيوعاً تتعلق بعمليتي جمع وطرح المقادير الجبرية، فيبسط المقدار الجبري $5س^2-3س$ بصورة خاطئة هكذا $2س^2$ وقد اتفقت تلك النتيجة مع دراسة (Ozdemir & Akg¨un, 2006)، كما وانسجمت نتائج هذه الدراسة فيما يتعلق بالاستراتيجيات المتعلقة بتوزيع الضرب على الجمع، واستراتيجية جمع حدود جبرية غير متشابهة مع إحدى الدراسات حول الموضوع (Samo, 2009).

ولوحظ استخدام الطلبة لاستراتيجيات تتعلق بالنظير الجمعي والضربي حيث استخدم الطالب أياً منهما ليحل محل الآخر وهذا يتفق مع دراسة (Carpenter & Levi, 2000) وفيما يتعلق باستراتيجيات اختزال الكسور الجبرية بطريقة خاطئة فقد اتفقت مع نتائج دراسة (Rossi, 2008)، ويعزى ارتكاب الطلبة لأخطاء في الاختزال لاعتقادهم أن قيمة

ب/ب= صفر، وعدم الانتباه بأن ب مقام للحدّين ب س، ب معاً في الكسر الجبري (ب س+ب)/ ب.

كما وتبين من مقابلة الطلبة أن لديهم استراتيجيات خاطئة في تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة، وهذا يتفق مع نتائج دراستين سابقتين في نفس الموضوع (Egodawatte, 2008; Samo, 2009)، حيث كان الأسلوب الأكثر شيوعاً لدى الطلبة التجاهل الكلي للمتغير س، وقد يعزى ذلك إلى محدودية الفهم النظري لاستخدام المتغير في الجبر. كما لوحظ عدم وجود فكرة واضحة لدى الطلبة في تحديد أحد الأبعاد بشكل صحيح إذا احتوى جزء على متغير. كما ويتضح أن المفاهيم الجبرية في أذهان الطلبة عبارة عن كيانات مستقلة بذاتها، لا توجد روابط أو علاقات بينها.

ولوحظ من مقابلة الطلبة أنهم يعتقدون باستخدام الترجمة الحرفية بتحويل الكلمات تتشكل معادلة جبرية، وذلك بتبديل الكلمات المفتاحية برموز رياضية مناظرة لها، وقد اتفقت مع نتائج الكثير من الدراسات (Rosnick & Clement, 1980; Wollman, 1983)، و يعزى ذلك إلى عدم قدرة الطلبة على تحديد العمليات الحسابية المناسبة لكتابة المعادلة الجبرية بسبب استخدام الترجمة الحرفية دون الاعتماد على فهم المسألة ومعرفة المعنى للربط بين المتغيرات بمعادلة ما.

كما لوحظ وجود استراتيجية لدى الطلبة في جعل أحد المتغيرات موضوعاً للقانون، وهذا ينسجم مع نتائج إحدى الدراسات حول الموضوع (ضبابات، 1999)، ويعزى هذا الخطأ المفاهيمي في عدم إتمام الحل لجعل المتغير موضوعاً للقانون.

لقد انفردت هذه الدراسة بالكشف عن وجود استراتيجيات تستخدم في تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين، بإهمال المقدار الجبري الثاني ($س^2 - س ص + ص^2$) في المفكوك، على سبيل المثال يحلل $س^3 + ص^3$ إلى العوامل الأولية كالتالي (س+ ص) ويعزى هذا إلى الاستدعاء الخاطئ للقوانين الخاصة بذلك.

مناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث

كان نص هذا السؤال: " ما مدى تمسك طلبة كلٍ من الصفين الثامن والعاشر بهذه الأخطاء الشائعة عند تقديم نفس المسائل أو مسائل مشابهة مرة أخرى؟ "

تمت الإجابة على هذا السؤال من خلال التعرف على نوعية إجابة الطالب، وذلك بمقارنة كل استراتيجية حل مصاحبة لخطأ شائع بين الاختبار التشخيصي والمقابلة وذلك بتكليف كل طالب تمت مقابلته بحل كل سؤال أخطأ به في الاختبار أثناء المقابلة، لمعرفة هل هي متطابقة تقريباً أو عرضية أو ناتجة عن عدم انتباه من قبل الطالب أو تخمين وهل يوجد لديه بناء لقواعد غير صحيحة يعتمد عليها في إجراء العمليات الجبرية؟ وما مدى تمسكه وإصراره عليها؟ وتبع ذلك حساب النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين كل على حدة.

إن نتائج هذا السؤال تظهر بشكل عام أن أكثر من 75% من الطلبة الذين تمت مقابلتهم يتمسكون باستراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية، حيث لوحظ أن الطلبة قد عملوا نفس الخطأ في الاختبار أصلاً وأعادوا إنتاج نفس الأخطاء في المقابلة، ولوحظ أن النسبة المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية مرتفعة لدى طلبة الصفين في غالبية الأسئلة، وقد تراوحت هذه

النسبة بين 50% إلى 100%، ويجدر الإشارة هنا إلى أن تراجع الطالب أثناء المقابلة عن استجابته في الاختبار الكتابي كان لصالح الحل الصحيح.

وهذا يدل على أن استراتيجيات التفكير المصاحبة للوقوع في أخطاء متأصلة و ليست عشوائية، أي أن لها عمق في البنية المعرفية، وهذا الوضع لم يكن مختلفاً عن نتائج دراسة أخرى في موضوع الكسور (Erlwanger, 1973). كما لوحظ أن إجابات الطلبة منهجية، فالاستراتيجيات المصاحبة للأخطاء الشائعة قائمة بالأساس على مبادئ ومعتقدات ثابتة في البنية المعرفية.

نقاش عام:

يتناول هذا الجزء جانباً من محاولة تفسير بعض النتائج التي توصلت لها هذه الدراسة فيما يتعلق بالعوامل التي قد أثرت على وجود هذا الكم الهائل من الأخطاء الشائعة، حيث لوحظ وجود (19) خطأ شائعاً لدى طلبة الصف الثامن، فيما بلغ عدد الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصف العاشر (38) حيث وزعت (12) خطأ شائعاً في الاختبار (أ)، فيما بلغت الأخطاء الشائعة في الجزء الثاني من الاختبار(ب) (26)، إضافة إلى وجود العديد من استراتيجيات التفكير الثابتة المصاحبة لهذه الأخطاء الشائعة في البنية الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين.

إن الأمر لا يدعو للاطمئنان، بل إلى ضرورة التحرك على أكثر من صعيد عند النظر إلى نتائج هذه الدراسة بمجملها، كي نتمكن من وضع الحلول؛ وفي هذا السياق لا بد من الإشارة إلى أن تعلم الجبر لا يتم بالطريقة السليمة، فبدل أن يعلم على أنه لغة لها بنيتها المنطقية، ولها علاقة بالمواضيع الأخرى، فإنها تدرس كلغة ميتة فيها ما لا يعدّ من القوانين الصعبة

(Usisken, 2004)، حيث أنّ عدم تذكر العديد من التعميمات الجبرية بشكل صحيح، ربما يعود إلى عدم وجود أساس مفاهيمي لها في البنية المعرفية لدى الطالب والتي قد تعود إلى طريقة التدريس التقليدية القائمة على الحفظ والتلقين.

كما وأكدت نتائج هذه الدراسة وجود العديد من الأخطاء الشائعة في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد، حيث أن حل المعادلات يشكل مقدرة جبرية تجريدية وتمثل مستوى أعلى من إجراء العمليات الجبرية، وبالتالي فالطالب الذي لا يتقن العمليات على الحدود الجبرية، فإنه بالضرورة لا يتقن التحليل إلى العوامل وحل المعادلات التربيعية (قاسم، 1997).

ويعدّ المنهاج المدرسي إضافة للمعلم مصدراً أساسياً في اكتساب الطلبة للمفاهيم الجبرية الأساسية، حيث يبدأ الطالب في التعرف على الجبر من الصف السادس حتى الصف الثاني عشر، ومن خلال تصفح سريع للمنهاج الفلسطيني، يتضح أن المنهاج يقدم مجموعة من الأنشطة العملية يفترض استخدامها في الصفوف المدرسية، مثل استخدام التمثيلات والتوضيحات والأنشطة العملية والأمثلة، إضافة إلى وضعها في سياقات تعطي أسباباً لدراستها، ولكن يبدو أن ضعف الطلبة يرتبط بقلة الاهتمام باستخدام التمثيلات الحسية وشبه الحسية كالرسوم والأشكال لتوضيح الأفكار الجبرية الأساسية، رغم عرض أنشطة كافية في الكتب المدرسية.

ويمتد أثر المنهاج على توجهات الطلبة (وربما المعلمين أيضاً) تجاه الجبر حيث تم وضع وحدة الجبر في نهاية الكتاب المدرسي للصفين السادس والسابع الأساسيين والتي ربما أثرت بشكل سلبي على وجود عدد هائل من الأخطاء الشائعة لدى الطلبة كما ظهر في نتائج الدراسة الحالية، حيث لا يتم تدريسها إطلاقاً، وقد يتم تقديمها بشكل غير كامل.

أما بالنسبة لدور المعلم تدل بعض الدراسات أن المعلمين الخبـــراء كـــانوا مـــدركين لهـــذه الصعوبات التي واجهها الطلبة، في حين أن المعلمين المبتدئين لم يـــدركوا ذلـــك (Tirosh, Even & Robinson, 1998)، وعلى النقيض من ذلك وجد أن المعلمين الخبراء لم يحاولوا البحث عن نمط لتشخيص وعلاج أخطاء الطلاب الشائعة في الجبر، كمـــا أن اقتراحـــاتهم وآرائهم كانت منصبة على إعادة تـــدريس المواضـــيع الرياضـــية للطـــلاب مـــرة أخـــرى (Sleeman et al, 1991).

بالإضافة إلى أن المعلمين لن ينجحوا في تعليم الجبر ما داموا أنهم يحملون معتقدات حول عدم قدرة الطلبة على تعلم الجبر (Steen, 1999). كما ويبدو أن ضعف عنصر التخطيط عند المعلم، ينعكس سلباً على اختيار الأنشطة التعليمية الفاعلة داخل غرفة الصف، بالتالي يجعل الموقف التعليمي روتينياً بالنسبة للمعلم والطالب. من هنا يجب الإعداد الجيد للدرس والتحرك في إطار استراتيجية واضحة، وتتابع مرن من التحركات ضمن أهداف واضحة، وبدون سقف مغلق لما يمكن إنجازه في الحصة (عبيد، 2004)، وأن يتم عرض المادة بشكل كامل ومنظم ودقيق، لكي لا تبقى هناك فجوات حول الموضوع تتيح الفرصة للطالب أن يفسرها كما يشاء، وبالتالي توقعه في أخطاء ترتبط بالبنية الرياضية.

كما على المعلم أن يتقبل أخطاء الطالب وذلك من خلال مناقشته دون إشعاره بالدونية من أي نوع أمام أقرانه في الصف، ويتم ذلك بالاتفاق مع الطالب الذي وقع في الخطأ بشأن كيفية تصحيح الخطأ، مما يؤدي إلى تجنب تكرار مثل هذا الخطأ، واستخدام أخطاء الطلبة كمدخل للتعليم وليس فقط مساعدة على تلافي تلك الأخطاء (Borasi, 1996)، وأفضل نهج يمكن اتباعه هو مناقشة المفهوم الخاطئ وذلك بتقديم الأسئلة التوجيهية بأسلوب استقرائي (Wetzel, 2008)، ويظهر دور المعلم هنا في طرح التساؤلات دون إعطاء الطلبة الإجابة

الصحيحة وطلب الإجابة منهم، وبذلك يصبح التعليم أكثر أهمية وفاعلية، ويكون دليلاً يساهم في مساعدة الطلبة على التخلص من المفاهيم الخاطئة.

ويصف جاروفالو (Garofalo, 1989) كما ورد في المليجي (1996) أن استخدام الطلبة لخوارزميات غير مناسبة لحل بعض المسائل الرياضية، مما يدفع التلاميذ الطلبة إلى عدم فحص الحل ومعقولية النتائج على سبيل المثال عند حل المعادلة التربيعية $س^2 - 5$ س+6=0 ←(س−3)(س−2)=0 إما س−3=0 أو س−2 =0، يميل بعض الطلبة إلى ارتكاب الخطأ التالي الناجم عن البناء على معرفة مكتسبة سابقاً، وذلك بتعميم طريقة حل المعادلة السابقة على المسألة التالية $س^2 -$ 10س+21=12 لتحل هكذا (س−3)(س−7)=12 إما س−3 =12 أو س−7=12 (Olivier, 1989)، دون مراعاة ضرورة مساواة أحد الأطراف بالصفر عند الحل بهذه الطريقة.

كما أن اعتبار الطلبة المعلمين مصدراً للحقائق والمعالجات الرياضية، وبالتالي لا ضرورة لمحاولة الاعتماد على النفس في الحل أو لمراجعة الحلول وتقويمها، حيث يفضل انتظار المعلم لكي يعلمهم ماذا يعملون، وكيف يحلون المسألة، تعدّ من أسباب إخفاق الطلبة في تكوين فهم صحيح للمفاهيم الرياضية.

التوصيات:

يتضح من نتائج هذه الدراسة وجود العديد من الأخطاء الشائعة لدى الطلبة في المفاهيم الجبرية الأساسية، ويمكن عزو ذلك للعديد من الأسباب أهمها المنهاج والمعلم، وحتى لا نصدر أحكاماً غير علمية، لا بد من فحص محتوى منهاج الجبر الذي يدرسه الطلبة، وطريقة تقديمه للموضوع. كما يجب فحص أساليب تقديم المعلمين لهذه المفاهيم الجبرية أثناء التدريس فقد تكون هذه الأساليب عاملاً مساعداً لتكون الأخطاء الشائعة أو في تكريس هذه الأخطاء.

هناك العديد من التوصيات التي يمكن استخلاصها من نتائج هذه الدراسة.

أولاً: على صعيد تعليم المفاهيم الجبرية الأساسية وتعلمها

1- بالنسبة للمعلمين ضرورة التركيز على تدريس المفاهيم الرياضية بطريقة مبنية على الفهم لا على التلقين، من خلال أنشطة عملية أو تمثيلات متنوّعة يقوم الطالب بتنفيذها أو تنفيذ أجزاء منها، مع عدم الانتقال إلى تدريس التعميمات إلا بعد التأكد من استيعاب الطلبة لهذه المفاهيم وفك التداخل المفاهيمي بين المفاهيم الجبرية.

2- توفر الدراسة أداة يمكن للمعلمين استخدامها في تشخيص الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لطلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين. وبناءاً على نتائج الاختبار يمكن بناء وحدات علاجية تناسب الطلبة لمواجهة الكم الهائل من الأخطاء.

3- تركيز المعلمين على توضيح أوجه الاتفاق والاختلاف بين المفاهيم والإجراءات الرياضية في الفروع المختلفة، حتى لا تحدث بعض الأخطاء بسبب تداخل موضوعات من الحساب والجبر.

4- دعوة معلمي الرياضيات للتركيز على المسائل اللفظية أثناء الشرح، والتأكيد على أن ترجمة هذه المسائل إلى صورتها الجبرية يشكل جزءاً مهماً في حل المسألة. ربما يساعد هذا في التخلص من بعض الأخطاء الشائعة في ترجمة المسائل الكلامية لمعادلات.

5- إجراء دورات تدريبية للمعلمين حول كيفية تشخيص الأخطاء لدى الطلبة.

ثانياً: على صعيد الدراسات

1- إجراء دراسة حول أثر كل من طريقة التدريس والمنهاج على وجود الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين.

2- تتبع تشخيص الأخطاء التي يقع فيها الطلبة، في موضوعات الجبر الأخرى ولمراحل دراسية مختلفة، لبناء صورة أوسع عن الأخطاء الشائعة في جميع المراحل، وبالتالي تقديم صورة متكاملة للأخطاء للمعلمين ومصممي المناهج والمشرفين التربويين ومدربي المعلمين وبرامج تأهيل المعلمين، مما قد يساعد في تقليل نسبة الوقوع في الأخطاء لدى الطلبة.

3- دراسة الفروق بين ما تقدمه المناهج الفلسطينية وما يقدمه المعلمون في الصف في موضوع الجبر.

4- دراسة فاعلية وحدة علاجية لمواجهة الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين.

5- دراسة أثر تدريس وحدة في موضوع الجبر تستخدم فيها أساليب تعليمية متطورة كالتمثيلات الحسية لبناء المفاهيم الجبرية على مدى ظهور الأخطاء الشائعة فيها.

المراجع

أولاً- المراجع العربية

إبراهيم، مجدي (1997). **أساليب حديثة في تعليم الرياضيات، (ط1)**. مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.

الإبراهيم، محمد (2001). **مقدرة طلبة الصفين السابع والثامن على التمثيل الجبري والهندسي للمسألة الرياضية اللفظية**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، إربد: الأردن.

أبو ريدة، توفيق (1993). **تشخيص مواطن ضعف طلبة الصفوف الابتدائية الأربعة الأولى في المفاهيم والمهارات الأساسية في مادة الرياضيات بالمدارس الأردنية**، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

أبو زينة، فريد (1990). **الرياضيات: مناهجها وأصول تدريسها، (ط4)**. عمان، الأردن: دار الفرقان للنشر والتوزيع.

أبو زينة، فريد (2003). **مناهج الرياضيات المدرسية و تدريسها، (ط3)**. الكويت: دار الفلاح للنشر والتوزيع.

أبو سالم، يوسف (1994). **أنماط الأخطاء السائدة في مفهومي الاقتران عند طلبة**

الصفين العاشر والأول ثانوي العلمي، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

أبو عقيل، ابراهيم (2001). **دراسة تحليلية لأخطاء الطلبة في العمليات الأربع على الكسور العادية لدى طلبة الصف السابع الأساسي في منطقة الجنوب لمحافظة الخليل**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة القدس، القدس: فلسطين.

أبو عميرة، محبات (2000). **تعليم الرياضيات بين النظرية والتطبيق، (ط1)**. القاهرة، مصر: مكتبة الدار العربية للكتاب.

أبو عواد، فريال (2006). **تطوير اختبار تشخيصي محكي المرجع للكشف عن الأخطاء التي يقع فيها طلبة الصفوف الخامس والسادس والسابع في مادة الرياضيات في الأردن**، رسالة دكتوراة غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

أبو لبن، وجيه (1999). **الصعوبات التي تواجه طلبة الصف التاسع في حل المشكلات الكلامية المتعلقة بالمعادلات و المتباينات.** رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة بيرزيت، بيرزيت: فلسطين.

أحمد، شكري (1994). أخطاء التلاميذ الشائعة في الكسور العشرية والاعتيادية في منهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية (دراسة استطلاعية). **رسالة الخليج العربي،**

14(47)، 119-168.

أحمد، شكري (1984). بحث تجريبي لتطبيق أسلوب الاكتشاف الموّجه لتدريس موضوع المعادلات لتلاميذ الصف الثاني المتوسط. **المجلة العربية للعلوم الإنسانية**، ، 162-200.

أحمد، مازن (2003). **علاقة جنس طالب الصف السادس الأساسي باكتساب المفاهيم والمهارات الجبرية والمهارات الحسابية الأساسية في محافظة جنين**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النجاح الوطنية، نابلس: فلسطين.

أحمد، هبه (1995). **تشخيص مواطن الضعف والقوة لدى طلبة الصفوف السادس والسابع والثامن في وحدة المعادلات الخطية وعلاجها**، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

أمبو سعيدي، عبد الله، والبلوشي، سليمان (2009). **طرائق تدريس العلوم (ط1)**. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

البدور، أحمد (2005). **تحليل أخطاء الطلبة في مفاهيم وتعميمات وحدة الهندسة الفضائية لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في مديرية التعليم والثقافة العسكرية**، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

بدوي، رمضان (2008). **تضمين التفكير الرياضي في برامج الرياضيات المدرسية، (ط1)**. عمان، الأردن: دار الفكر ناشرون وموزعون.

البستنجي، مصطفى (1993). **أنماط أخطاء طلبة الصفوف الرابع والخامس والسادس في مفاهيم الضرب والقسمة ومهارات حسابها**، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

بل، فريدريك (1989). **طرق تدريس الرياضيات، (ط2)**، الدار العربية للنشر والتوزيع، (ترجمة محمد المفتي، وممدوح سليمان). مصر: القاهرة.

بلطية، حسن (2004). فاعلية نموذج "ميرل– تينسون" المعدل في تصويب التصورات البديلة لبعض مفاهيم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات، 7**(1)، 49-85.

الحروب، مجدي (2002). **أثر استخدام نموذج أوزوبل التعليمي في معالجة الأخطاء المفاهيمية الرياضية الشائعة لدى طلبة الصف الثامن الأساسي**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة مؤتة، مؤتة: الأردن.

خطايبة، عبد الله (2005). **تعليم العلوم للجميع (ط1)**. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

راشد، رشدي (1989). **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر و الحساب.** بيروت، لبنان: مركز دراسات الوحدة العربية.

الزاغة، وفاء (2007). **العلاقة بين التفكير الناقد والاعتقاد بالخرافة وقبول المفاهيم العلمية الخطأ لدى الطلبة الجامعيين الأردنيين،** رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة عمان العربية للدراسات العليا، عمان: الأردن.

زيتون، عايش (2005). **أساليب تدريس العلوم (ط1).** عمان، الأردن: دار الشروق للنشر والتوزيع.

ساردر، زياودن ورافتز، جيري وفان لون، بورين (2002). **أقدم لك– علم الرياضيات.** (ترجمة محمد عبد المنعم، و إمام عبد الفتاح). القاهرة: مصر.

سعادة، جودت واليوسف، جمال (1988). **تدريس مفاهيم اللغة العربية والرياضيات والعلوم والتربية الاجتماعية (ط1).** بيروت، لبنان: دار الجيل.

السعيد، محاسن (2003). **الأخطاء الشائعة في العمليات الحسابية الأربع على الكسور العادية والعشرية لدى طلبة الصفين الخامس والسادس الأساسيين في المدارس الحكومية في محافظة نابلس،** رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النجاح الوطنية، نابلس: فلسطين.

السلطاني، شاكر (2002). **أساليب تدريس الرياضيات، (ط1)**. عمان، الأردن: مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع.

شوق، محمود (1989). **الاتجاهات الحديثة في تدريس الرياضيات**. الرياض، السعودية: دار المريخ للنشر.

الشويخ، جهاد (2005). **أنماط التفكير الهندسي لدى الطلبة الفلسطينيين**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة بيرزيت، بيرزيت: فلسطين.

صوفان، أمل (1995). **دراسة أخطاء طلبة الصفين الخامس والسادس الأساسيين ومقارنتها في جمع الكسور العادية وطرحها في مدارس لواء نابلس**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النجاح الوطنية، نابلس: فلسطين.

ضبابات، أحمد (1999). **تحليل أخطاء طلبة الصف العاشر الأساسي ودراسة العلاقة بين قدرتهم في حل المعادلات الرياضية واكتسابهم للمهارات الأساسية في المرحلة الأساسية في محافظة جنين**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النجاح الوطنية، نابلس: فلسطين.

الطيطي، هاشمية (1989). **تحليل أخطاء طلبة الثالث الإعدادي في حل المعادلات الرياضية**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، إربد: الأردن.

عباس ، محمد والعبسي، محمد (2007). **مناهج وأساليب تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية الدنيا**. عمان،الأردن: دار المسيرة.

عبد الهادي، نبيل (2001). **أساليب تدريس الرياضيات والعلوم، (ط1)**. عمان، الأردن: دار صفاء للنشر والتوزيع.

عبيد، وليم (2004). **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال**. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

عبيد، وليم والمفتي، محمد والقمص، سمير (2000). **تربويات الرياضيات**. مصر: مكتبة الأنجلو المصرية.

العدوي، سهير (2008). **معرفة معلمي الرياضيات كيفية تعليم وحدة الجبر للصف الثامن الأساسي: دراسة حالة**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة بيرزيت، بيرزيت: فلسطين.

عريفج، سامي وسليمان، نايف (2005). **أساليب تدريس الرياضيات والعلوم، (ط1)**. عمان، الأردن: دار صفاء للنشر والتوزيع.

عفانة، عزو (2002). **التدريس الإستراتيجي للرياضيات الحديثة : إجراءات تطبيقية على الطفل، (ط1)**. عمان، الأردن: دار حنين للنشر والتوزيع.

عفانة، عزو وأبو ملوح، محمد (2005). أثر أنموذج مقترح لعلاج التصورات الخطأ للمفاهيم الرياضية لدى الطلاب منخفضي التحصيل في الصف السابع الأساسي بغزة. **وقائع المؤتمر التربوي الثاني**، الجامعة الاسلامية، غزة.

عقيلان، ابراهيم (2000). **مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، (ط1)**. عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

عوض الله، محمد (2003). التمثيلات الرياضية من خلال بعض طرق التدريس المتكاملة مدخل لتدريس أساسيات الجبر لتلاميذ المرحلة الابتدائية وعلاقة ذلك بتفكيرهم الاستدلالي وتحصيلهم الفوري والمؤجل. **مجلة تربويات الرياضيات، 6**(1)، 101-143.

عوض، عبد الله (1993). **مدى معرفة تلاميذ الصف السابع بالمعادلات المتكافئة**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، إربد: الأردن.

قاسم، علي (1997). **مستوى اتقان طلبة الصف التاسع الأساسي في الاردن للمهارات الجبرية**، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة اليرموك، إربد: الأردن.

القدسي، أحمد (2006). **صعوبات تعلم الرياضيات لدى تلاميذ المستوى الثامن من التعليم الأساسي**، رسالة دكتوراة غير منشورة، اليمن، أخذ بتاريخ 2009/7/3 من

الموقع الالكتروني

www.yemen-.nic.info/contents/studies/detail.php?ID=13139

محمد، مديحة (2004). **البنائية وعلاج أخطاء طلاب المرحلة الاعدادية في الجبر باستخدام الوسائل اليدوية الملموسة، (ط1)**. القاهرة، مصر: عالم الكتب.

المحيميد، سليمان (1998). تحليل الأخطاء الشائعة لتلاميذ المرحلة الابتدائية العليا (البنين) في الكسور الاعتيادية بمدينة الرياض في ضوء نظرية بياجيه، **رسالة الخليج العربي**، (66).

مسعد، فطين والخليلي، علا (1998). مستوى التحصيل في الرياضيات لدى طلبة نهاية المرحلة الأساسية الدنيا (الصف السادس الأساسي) في فلسطين "التقرير الأولي". وزارة التربية والتعليم، دائرة القياس والتقويم. رام الله، فلسطين.

المليجي، رفعت (1996). التدريس العلاجي في رياضيات التعليم العام الواقع واستشراف المستقبل: "دراسة تحليلية"، **مجلة كلية التربية جامعة الامارات**، 508-542.

موريس، روبرت (1987). **دراسات في تعليم الرياضيات : إعداد معلم المرحلة الإبتدائية لتعليم الرياضيات.** (ترجمة عبد الفتاح الشرقاوي)، الرياض: السعودية.

النور، عبد الغني (2003). **الأخطاء الشائعة عند حل المسائل الهندسية لدى طلبة الصف**

السابع من التعليم الأساسي في الجمهورية اليمنية ومقترحات علاجها، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة صنعاء، اليمن. أخذ بتاريخ 2009/10/8 من الموقع http://www.yemen- nic.info/contents/studies/detail.php?ID=332

هادي، غسان (2005). **الشامل في تدريس الرياضيات (ط1)**. عمان، الأردن: دار أسامة للنشر والتوزيع.

الهزايمة، عبد الهادي (2007). **استقصاء وتحليل الأخطاء في حل المسائل الحسابية لدى طلبة الصف السادس في مديرية تربية إربد الأولى**، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

هندام، يحيى (1984). **مسارات تفكير الكبار في الرياضيات (طريقة هندام)**، القاهرة، مصر: دار الفرقان النهضة العربية.

وزارة التربية والتعليم العالي/الادارة العامة للتخطيط التربوي (2007). **تشخيص الواقع التربوي**. رام الله، فلسطين.

وزارة التربية والتعليم/ دائرة القياس والتقويم (2005). **التقرير الوطني حول نتائج فلسطين ضمن دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم TIMSS 2003.** رام الله، فلسطين.

وزارة التربية والتعليم/ دائرة القياس والتقويم (2009). **نتائج طلبة فلسطين في دراسة التوجهات الدولية في الرياضيات والعلوم TIMSS 2007.** رام الله، فلسطين.

وزارة التربية والتعليم/دائرة القياس والتقويم (2000 ب). **دراسة مستوى تحصيل طلبة الصف العاشر الأساسي في فلسطين في اللغة العربية والرياضيات والعلوم للعام الدراسي 1999/1998.** رام الله، فلسطين.

اليونس، يونس (1993). **أخطاء طلبة الصفوف الخامس والسادس والسابع في مفهومي العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر**، رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الأردنية، الأردن.

اليونس، يونس (2004). تشخيص الأخطاء في خوارزميات حل أنظمة المعادلات لدى عينة مختارة من طلبة الصف العاشر في الأردن، **المجلة التربوية، 18**(71)، 81-114.

References

Akg¨un, L., Ozdemir, E. (2006). **Students Understanding of the Variable as General Number and Unknown: A Case Study**, *The Teaching of Mathematic*s, IX, 1, 45–51.

Anderson, J. R. (1989). **The analogical origins of errors in problem solving**. In D. Klahr & K. Kotovsky (Eds.), *21st Carnegie Symposium on Cognition*, 343-371.

Bell, E. T. (1996). **Mathematices: Queen and Servant of Science.** Washington: Mathematical Association of America.

Blando, J., Kelly, A., Schenider, B. & Sleeman, D. (1989). **Analyzing and modeling arithmetic errors**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 301-308.

Bloser, P. (1987). **Secondary School Students´ Comprehension of Science Concepts:** some findings from Misconception Research ,2, 2-3 retrieved on 4/9/2009 from http://www.eric.edu.gov/ /ERIC/Docs/data/ericdocs2sq1/content_storage_01/0000019b /80/1b/f2/8c.pdf .

Booth, J. & Koedinger, K. (N.D). **Key Misconceptions in Algebraic Problem Solving,** Human Computer Interaction Institute , retrieved on 28/3/2009 from http://www.cogsci.rpi.edu/CSJarchive/Proceedings/2008/pdfs /p571.pdf.

Booth, L. (1988). Children difficulties in beginning algebra**, The ideas of Algebra, K-12.** Reston, VA: NCTM, 20-32**.**

Borasi, R.(1996). **Reconceiving Mathematics Instruction: A focus on errors**. Norwood, NJ: Ablex.

Brown, J.S., & VanLehn, K. (1980). **Repair theory: A generative theory of bugs in procedural skills** . *Cognitive Science*, *4*(4), 379-426.

Carpenter, T. P., & Franke, M. (2001). **Developing algebraic reasoning in the elementary school, The future of the teaching and learning of algebra**. *Proceedings of the 12th ICMI study conference***.**

Carpenter, T., Franke, M., & Levi, L. (2003). **Thinking mathematically: Integrating algebra and arithmetic in elementary school.** Portsmouth, NH: Heinemann. (Chapters 1, 3- 10).

Cherkas, B. (1992). The art of undoing mathematics in the classroom

Primus, 2(1), 1-8

Clarkson, P. (1992). Unknown/Careless Errors: Some Implications for Traditional Test Procedures, **Center for Teaching/Learning Mathematic, 14**(4) , 3-16

Clement, J. (1982). Algebra Word Problem Solutions: Thought Processes Underlying a Common Misconception. **Journal for Research in Mathematics Education,13**(1), 16-30 retrieved on 23/2/2009 from http://www.jstor.org/stable/748434.

Clement, J., Lochhead, J., & Monk, G. (1981). Translation difficulties in learning mathematics. *American Mathematical Monthly, 8*, 287-290.

Clement, M. (1980). Analyzing children's errors on written mathematical tasks. **Educational Studies in Mathematics**, 11, 1-12.

Confrey, J. (1990). A review of the research on student conceptions in mathematics, science and programming**, Review of Research in Education**, 16, 3-56**.**

Cooper, M. (1984). The mathematical "reversal error" and attempts to correct it. In B. South well, R. Eyland, M. Cooper, J. Conroy, & K. Collis (Eds).

Cowan, P. (2006). **Teaching mathematics: a handbook for primary and secondary school teacher.**

Crowley, L., Thomas, M. & Tall, D. (1994). Algebra, Symbols, and Translation of Meaning, *Mathematics Education Research Centre*.

Cutugno, P. & Spagnolo, F., (2002). Misconceptions about triangle in Elementary school (6-10). **Three Mathematics Education into the 21st Century Project** , retrieved on 7/2/2010 from http://math.unipa.it/~grim/SiCutugnoSpa.PDF

Davis, R, Maher, C. (1990). What do we do when we do Mathematics? Journal for Research in Mathematices Education, Monograph, 4, 65-78, Diagonstic Algebra Assessment, The Boston Collage Algebra Misconception Project: Retrieved Aprial 1, 2006 from http://www.bc.edu/research/intasc/studies/Diagnostic Algebra/definitions.

Dawkins, P. (2006). **Common Math Errors**. 2-38, retrieved on 13/11/2009 from http://www.scribd.com/doc/27405936/Common-Math-Errors.

Duschl, R. & Hamilton, R. (1992). **Philosophy of Science, Cognitive Psychology, and Educational Theory and Practice**. Albany: State University of New York Press.

Egodawatte, G. (2008). **Algebraic procedures used by 14 to 15 year old Sri Lankan students**, University of Toronto, Canada, 1-9, retrieved on 13/11/2009 from http://tsg.icme11.org/document/get/709.

Elbrink, M. (2007). **Analyzing and Addressing Common Mathematical Errors in Secondary Education**, Unpublished Master Thesis, Ball State University, Indiana.

Erbas, A., (2004). Teachers' Knowledge of Student thinking and their Instructional Practices in Algebra.

Erlwanger, S. (1973). Benny´s Conception of Rules and Answers in IPI Mathematics, **Journal for Children's Mathematical Behavior,1**(2), 14-29.

Esty, W. (1997). **Precalculus concepts**: Preliminary Edition. New Jersey, USA: Prentice Hall.

Even, R. & Tirosh, D. (2002). Teacher knowledge and understanding of student´s mathematical learning. In L. English (Ed), **Handbook of International Research In Mathematics Education**, Mahwah, NJ: Laurance Erlbaum, 219-240.

Falkner, k., Levi, L. & Carpenter, T. (1999). Children`s understanding of equality: A foundation for algebra. **Teaching Children**

Mathematics, 6, 232-236, retrieved on 15/10/2008 from http://www.mathcenter-k6.haifa.ac.il.

Foster. D. (2007). Making Meaning in Algebra Examining Students' "Understandings and Misconceptions". *Assessing* **Mathematical Proficiency, 53**, 163-176 Retrieved on Augest 22, 2009, from http://www.msri.org/communications/books/Book53/contents.html.

Gleason, J. (2001). **The use of a computer algebra system in first year college mathematics classes.** Retrieved on 9/7/2009, from http://www.math.utk.edu /~Gleason/ portfolio/ caspaper.pdf.

González, M., Ambrose, R. & Martínez, E. (2004). **In the Transition from Arithmetic to Algebra: Misconception of the Equal Sign**, PME28.

Greeno, J. G. (1982). **A cognitive learning analysis in algebra**. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Boston, MA.

Grossman, B. (1996). Intelligent Algebraic Tutoring Based on Student Misconceptions.

Hall, R. (2002). An Analysis of Errors Made in the Solution of Simple Linear Equations.

Hart, K .(1981). **Children's Understanding of Mathematics**: 11-16, London, England: Murray

Hashweh, M. (1986). Toward an explanation of conceptual change. **European Journal of Science Education, 8**(3). 229-249.

Healy, L. & Hoyles, C. (2000). A Study of Proof Conceptions in Algebra, **Journal for Research in Mathematics Education, 31**(4), 396-428

Heinze, A. & Reiss, K. (2007). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom: Effects of an In-Service Teacher Training on Students' Performance in Geometry. **Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 3, 9-16.

Hunter, M. (1995). An**alysing Proceptual Thinking Through Test Items,** From Informal Proceedings 15-3 (BSRLM) available at bsrlm.org.uk © the author.

IEA Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades. (2004). **TIMSS 2003 International Mathematics Report**, retrieved on 8/12/2009 from http://eric.ed.gov/PDFS/ED494650.pdf.

IEA Trends in International Mathematics and Science Study. (2008). **TIMSS 2007 International Mathematics Report**, retrieved on 15/12/2009 from http://www timssandpirls.bc.edu.

Karen , F., Levi, L., &. Carpenter, T. (1999). Children`s Understanding of Equality: A Foundation for Algebra. **Teaching Children Mathematics.**

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equal symbol. **Educational Studies in Mathematics, 12**, 317-326 retrieved on 12/12/2009 from http://www.jstor.org/stable/3482333.

Kieran, C. (2004). **Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?** , *The Mathematics Educato*r, 8(1). 139-151.

Ktichemann, D. E. (1981), 'Algebra' in Hart, K. M. (ed.) **Children's Understanding of Mathematics: 11 -16**, London: John Murray.

Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In K. M. Hart (Ed.), **Children's understanding of mathematics: 11-16**, 102-119. London: John Murray.

Larson, R,. Hostetler, R, & Heyd, D. (1985). **Precalculus**. (2th ed), Massachusetts: Tornado.

Larson, R., Falvo, D & Hostetler, R. (2001). **Collage Algebra**. (5th ed). Boston: Houghton Mifflin.

Laursen, K. (1978). Errors in first-year algebra. **The Mathematics Teacher, 71**, 5-194.

Lee, F. (2002). Diagnosing Students' Algebra Errors on the Web, the Research Grant Council, Hong Kong (Project Reference Number: CUHK 4196/98H), retrieved on 8/10/2009 from www.fed.cuhk.edu.hk/fllee/Papers/ConferPa/355lee.doc.

Leitzel, J. (1989). **Critical Consideration for the Future of Algebra Instruction**. In Wagner, S. & Kieran, C. (Eds.). *Research Issues in the Teaching and Learning ofAlgebra.* Reston, VA.

Lim, k. (2006). **Students' Mental Acts of Anticipating in Solving Problems Involving Algebraic Inequalities And Equations,** University of California , San Diego.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1997). Students' understanding of Algebra ic notation: 11-15. **Educational Studies in Mathematics , 33**(1), 1-19 retrieved on 12/12/2009 from http://www.jstor.org/stable/3483002.

Macgregor, M., & Stacey, k., (1993). Cognitive Models Underlying Students' Formulation of Simple Linear Equations. **Research in Mathematics Education, 24**(3), 217-232, retrieved on 14/02/2009 from http://www.jstor.org/stable/749345.

Marquis, J. (1988). Common mistakes in algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.)**, The ideas of algebra, K-12: 1988 yearbook** (204-205). Reston, VA: National Council of Teachers of

Mathematics retrieved on 25/03/2009 from www.tamu commerce.edu/.../Common%20Mistakes %20in%20Algebra.doc .

Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. **Journal of Mathematical Behavior, 3**, 93-166.

Mestre, J. (1989). Hispanic and Anglo Students' Misconceptions in Mathematics, ERIC *Digest.*

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Algebra Standard for Grades Pre- k-2, retrieved on 14/05/2009 from http://standards.nctm.org/document/chapter4/alg.htm.

National Curriculum Council for Great Britain. (1992). **"Algebra: Some Common Misconception"**. In Mathematics Programmers of study. NCC. Insert Resources.

National Research Council. (1998): **The nature and role of algebra in the K-14 curriculum.** Washington, DC: National Academy Press.

Newman, M. A. (1977). **An analysis of sixth-grade pupil's errors in written mathematical tasks,** Research in Mathematics Education.

Niaz, M. (1989). Translation of Algebric Equations and Its Relation to Formal Operational Reasoning, paper presented at the Annual Meeting of the National Association for Research in Science

Teaching, **Journal for Research in Science Teaching 26**(9), 785-793.

O'Connell, A. (1993). Investigating the Relationship between Conceptual and Procedural Errors in the Domain of Probability Problem Solving, **Paper Presidential at the annual meeting of the Mid-South Educational Research Association (New Orleans, LA, November 10-12 1993**).

Oksuz, C. & Middleton , J.(2007). Middle School Children's Understanding of Algebraic Fractions as Quotients**, Int Online J Science Math Ed, 7**, 1-14.

Oliver, A. (1989). Handling Pupils Misconceptions Thirteenth National Convention on Mathematics, *Ph***ysical Science and Biology Education,** Pretoria.

Parish, C & Ludwing, H. (1994). Language, intellectual structure common mathematics errors. **School Science and Mathematics, 94**, 235-239.

Perso, T.(1992). Overcoming misconceptions in algebra: Using diagnostic (conflict) teaching: Mathematical Association of Western Australia.

Piaget, J. (1976). The grasp of consciousness: action and concept in the young child. London: Routledge & Kegan Paul.

Pinchback, C. L. (1991). Types of errors exhibited in a remedial mathematics course. **Focus on Learning Problems in Mathematics, 13**(2), 53-62.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. **Journal for Research in Mathematices Education, 47**(4), 163-171.

Reys, B., Kim, O. & Bay, J. (1999). Establishing Fraction Benchmarks. **Mathematics Teaching in the Middle School, 4**(8).

Rosnick, P. (1981). Some misconceptions concerning the concept of variable. **Mathematics Teacher, 74**, 418-420.

Rosnick, P., & Clement, R. (1980). Learning without understanding: The effect of tutoring strategies on algebra misconceptions. **Journal of Mathematical Behaviour, 3**(1), 3-27**.**

Rossi, P. (2008). An Uncommon Approach to a Common Algebraic Error, *PRIMUS*, *18*(6), PP. 554 - 558 retrieved on 26/1/2010 from http://dx.doi.org/10.1080/10511970701678588.

Ryan, J. & Williams, J. (2007). Children´s mathematics 4-15: learning from error and misconceptions, New York:USA.

Sadi, A. (2007). Misconceptions in Numbers, *UGRU Journal, 5*. 1-7.

Samo, M. (2009). Students Perceptions about the Symbols, Letters and Signs in the Algebra and how do these Effect their learning of Algebra: A Case Study in a Government Girls Secondary School Karachi.

Schecchter, E. (2006). The Most Common Errors in Undergraduate Mathematics, retrieved on 5/11/2008 from http://www.math.vanderbitt.edu\Nuchectex\commerrs.

Schoenfeld, A. (2005). Mathematics Teaching and Learning. **Handbook of Educational Psychology, 2ed Science Technical Report Series.**

Scofield, T. (2003). Top Algebra Errors Made by Calculus Students, retrieved on 5/5/2009 from http://www.calvin.edu/~scofield/courses/materials/tae/.

Sharma, M. C. (1988). Math notebook (from theory to practice). Information for teachers/parents of children with learning problems in mathematics 5: **Center for Teaching/Learning of Mathematics.**

Sleeman, D, Kelly, A. E., Martinak, R., Ward, R. D., & Moore, J. L. (1989). Studies of diagnosis and remediation with high school algebra students, **Cognitive Science, 13**, 551-568.

Sleeman, D. (1984a). **Mis-generalization: An explanation of observed mal-rules (Technical Report). Stanford,** CA: Stanford University, Heuristic Programming Project.

Sleeman, D. (1984b). An Attempt to Understand Students´ Understanding of Basic Algebra . **Cognative Science**, 8, 387-412.

Smith, S. & Stein, M.(1998). "**Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice."** Mathematics Teaching in the Middle School 3, 344-50.

Steen, L. (1999). Algebra for All in Eight Grade: What´s the rush? Middle Matters, the news letter of the National Association Elementary School Principles, 8(1), PP. 6-7.

Steinle, V., et al., (2008). Investigating students' numerical misconceptions in algebra.

Stephens, A. (2006). Developing Students´ Understanding of Variable, **Mathematics Teaching in the Middle School. 11**(2), 96-100.

Swafford, J. & Langrall, C. (2000). Grade 6 Students' Preinstructional Use of Equations to Describe and Represent Problem Situations, **Journal for Research in Mathematics Education, 31**(1), 89-112 retrieved on 24/11/2008 from http://www.jstor.org/stable/749821.

Swan, M. (1983). Teaching Decimal Place Value: *A Comparative Study of "Conflict" and Positive Only" Approaches*. Nottingham: Shell "Centre for Mathematical Education.

Tirosh, D., Even, R. & Robinson, N. (1998). Simplifying Algebraic Expressions: Teacher Awareness and Teaching Approaches,

Educational Studies in Mathematics, 35(1). 51-64 retrieved on 8/10/2008 from http://www.jstor.org/stable/3482865.

Trowbridge, L. W., Bybee, R. W., and Powell, J. C. (2000). **Teaching secondary school science: Strategies for developing scientific literacy**. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

VanLehn, K. (1990). **Mind bugs: The origins of procedural misconception.** Cambridge, MA: MIT Press.

Vinner, et al. (1981). Some cognitive factors as causes of mistake in the addition of fraction, **Journal for Research in Mathematics Education, 62** (3), 70-76.

Wagner, S., & Parker, S. (1993). Advancing algebra. **Research Ideas for the Classroom, High School Mathematic***s* , 119-139.

Warren, E., & Cooper, T. (2001). Theory and practice: Developing an algebra syllabus for P–7, **The future of the teaching and learning of algebra. Proceedings of the 12th ICMI study conference, 2**, 641–648.

Warren, E., (2003). Young children's understanding of equals: A longitudinal study.

Wetzel, D., Heffernan, N., Rosenthal, D. & Feng, M. (2008). An

Analysis of Middle-School Math Errors Across Schools. **Computer of the International Group for the Psychology ofMathematics Education, 4**, 379–387.

Wollman, W. (1983). Determining the sources of error in a translation from sentence to equation , **Journal for Research in Mathematics Education, 14(3)**, 169-181.

الملاحق

ملحق رقم 1- الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها

ملحق رقم 2- الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية ومرفقاته

ملحق رقم 3- المقابلة وإجراءاتها

ملحق رقم 4- إجابات الطلبة على أسئلة الاختبار

ملحق رقم (1)

الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها

ينقسم هذا الملحق إلى جزئين، هما:

1- أ) المفاهيم الجبرية الأساسية.

1– ب) قائمة الأخطاء في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها

الملحق 1- أ) المفاهيم الجبرية الأساسية

هي المفاهيم الأولية والتي تشكل أساساً لبنى جبرية أكثر تعقيداً. وتشمل المفاهيم الآتية التي ترد في الكتب المقررة في منهاج الرياضيات الفلسطيني للصفوف من السابع إلى التاسع والتي تتضمن ما يلي:

مفهوم الحدّ الجبري.

القيمة العددية للمقادير الجبرية.

العمليات على المقادير الجبرية (الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة).

قانون توزيع عملية الضرب على الجمع.

تحليل المقادير الجبرية إلى عواملها باستخدام الطرق الآتية:

- طريقة إخراج العامل المشترك.
- طريقة تجميع الحدود.
- طريقة الفرق بين مربعين.

تحليل العبارة التربيعية بمتغير واحد إلى عواملها الأولية

تحليل العبارة التربيعية على صورة مربع كامل.

تحليل الفرق بين مكعبين.

تحليل مجموع مكعبين.

حل المعادلات الخطية بمتغير واحد.

حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام الطرق الآتية:

- التحليل إلى العوامل:

أولاً: حل المعادلة التربيعية المكتوبة بصورة حاصل ضرب عاملين.

ثانياً : حل المعادلة التربيعية غير المكتوبة بصورة حاصل ضرب عاملين.

- تحليل العبارة التربيعية إلى عاملين.
- إكمال المربع.
- حل المعادلات التربيعية بواسطة القانون العام.

حل نظام من معادلتين خطيّتين باستخدام:

- طريقة الحذف.
- طريقة التعويض.

حل المتباينة الخطية بمتغير واحد.

حل المتباينات الخطية بمتغيرين.

العلاقة بين جذري المعادلة التربيعية.

المميز وجذور المعادلة التربيعية.

تطبيقات جبرية على التحليل إلى العوامل منها:

- إيجاد العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر لمقدارين جبريين أو أكثر.
- اختصار الكسور الجبرية.
- إجراء عمليات الجمع والطرح على الكسور الجبرية.

أسئلة عملية على حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد.

الملحق (1- ب)

قائمة الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية مع أسئلة الاختبار ومصادر الحصول عليها

وصف الخطأ الشائع	السؤال	الخطأ الشائع	المراجع
خطأ في استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع.	أكتب دون استخدام الأقواس المقدار 9 (5 س+4ع) ؟	45س + 4ع	أبو عواد، 2006؛ أحمد، 1995؛ Dawkins, 2006; Esty, 1997; Hunter, 1995; Larson et al, 2001; Perso, 1992; Samo, 2009; Sharma, 1988,
خطأ في إيجاد مربع مجموع حدّين.	أوجد مفكوك المقدار $(س+3ص)^2$ ؟	$س^2 + 9ص^2$	العدوي، 2008؛ اليونس، 2004؛ Dawkins, 2006; Esty, 1997; Larson et al., 2001؛ Schoenfeld, 2005
خطأ في تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة	أوجد مساحة الشكل الهندسي الآتي بالسنتمترات المربعة: 7سم 3 سم س سم	21 + س 21 س 7 س +3	Booth, 1984; Egodawatte, 2009; NCC,1992 ; Samo, 2008
خطأ في طرح المقادير الجبرية.	أكتب دون استخدام الأقواس المقدار 9 س- (5 ص−11) ؟	9 س- 5 ص- 11	Dawkins, 2006; Esty, 1997; Larson et al., 2001
خطأ في الاختصار عند تبسيط الكسور الجبرية.	أكتب الكسر $\frac{6س+6}{6}$ بأبسط صورة؟	6س أو 6س + 1 س أو س + 6	Larson,. Hostetler & Heyd,, 1985; Rossi, 2008
خطأ في جمع حدّين جبريين متشابهين بجمع الأسس	أوجد ناتج جمع س+ س؟	$س^2$	العدوي، 2008
خطأ في جمع الكسور الجبرية.	أوجد ناتج جمع $\frac{7}{3}$ س + $\frac{7}{5}$ س ؟	$\frac{7س}{8}$ أو $\frac{14س}{8}$	اليونس، 2004؛ Laursen, 1978 ; Nishizawa, Matsui & Yoshioka, 2003;
خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدّ جبري.	أكتب الحد الجبري $(8ع)^2$ بأبسط صورة ؟	$64ع^2$ أو 8ع أو 16ع	ابو عواد، 2006؛ محمد، 2004؛ اليونس، 2004؛ Dwakins, 2006; Esty, 1997 MacGregor, 1993

وصف الخطأ الشائع	السؤال	الخطأ الشائع	المراجع
خطأ في ضرب حدّين جبريين بضرب الأسس.	اكتب 11 $س^3$ $س^2$ بأبسط صورة ؟	$11س^6$	العدوي، 2008
خطأ في معنى إشارة التساوي بأنها طلب إجراء عملية	5 + س = 4 + 8، أوجد قيمة س ؟	12 17	Falkner, Levi, & Carpenter, 1999
استدعاء خاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لحدّ جبري .	أكتب الحد الجبري $\sqrt{49س^2}$ بأبسط صورة ؟	$7 س^2$ 49 س	Dawkins, 2006; Larson, , Falvo & Hostetler, 2001; Larson, 2001;
خطأ في تحليل الفرق بين مربعين.	ما هي العوامل الأولية للمقدار $16-9ص^2$ ؟	$(4-3ص)^2$	الحروب، 2004
خطأ في ضرب الكسور الجبرية.	أوجد حاصل ضرب $\frac{س}{5} \times \frac{ص}{5}$ ؟	$\frac{س ص}{5}$	Larson, , Falvo, & Hostetler, 2001
خطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية.	أكتب المعادلة التي تمثل الجملة التالية: عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين بدلالة س للمعلمين، ص للطلبة؟	س = 6 ص	Clement, 1982; Cooper, 1984; Mestre, 1988; Wollman, 1983
خطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين.	إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 9س+2 ص ؟	11 س ص	Booth, 1984; Hunter, 1995; Sleeman, et al., 1989
خطأ في استخدام المجاورة في الجبر كما في الحساب	أكتب مجموعة حل المعادلة 3 س= 63 في مجموعة الأعداد الصحيحة ص ؟	س=6	Grossman, 1996
خطأ في جعل أحد المتغيرات موضوع القانون.	اجعل س موضوع القانون في المعادلة 9 س– 5 =7ع	9 س=7ع +5	ضبابات، 1999
خطأ في جمع حدين جبريين غير متشابهين بأن الناتج يجب أن يعطي ناتجاً وحيداً مثل الحساب	ما هي أبسط صورة للمقدار7+ع ؟	7ع	أبو عواد، 2006؛ Hunter, 1995؛ ; Kirshner, & Awtry, 2004; Perso, 1992; Sharma, 1988
استدعاء خاطىء لمفكوك الفرق بين مكعبين.	ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^3$– 8 $ع^3$ ؟	(س-2ع)، ($س^2$س ع+4$ع^2$)	العدوي، 2008؛ Scofield, 2003
خطأ في قسمة حدّين جبريين بقسمة الأسس.	ما هو حاصل قسمة $س^8$ / $س^2$ ؟	$س^4$	Linsell, et al. 2007
استدعاء خاطىء لمفكوك مجموع مكعبين.	ما هي العوامل الأولية للمقدار $2س^3$+128 ؟	2(س+4)	العدوي، 2008

وصف الخطأ الشائع	السؤال	الخطأ الشائع	المراجع
استدعاء خاطئ في إيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين.	ما هي أبسط صورة للمقدار $\sqrt{9س^2+25}$ ؟	(3 س+5)	ضبابات، 1999؛ اليونس، 2004؛ Dawkins, 2006; Scofield, 2003؛
خطأ في حل كعادلة خطية في متغير	أجد مجموعة حل المعادلة 5س+4 =3س−6 ؟	$س = \frac{-1}{4}$	Erbas, 2004; Sharma, 1988
عدم التمييز بين الإشارتين <، ≤.	ما هو أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة 3 س< 12 ؟	4	Lim, 2006
استدعاء خاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لحدّ جبري.	ما هي أبسط صورة للمقدار $\sqrt{\frac{36ص^2}{25ع^2}}$	$\frac{6ص^2}{5ص^2}$ أو $\frac{36ص}{25ع}$	Dawkins, 2006; Esty, 1997; Larson, 2001
خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد.	ما هي مجموعة حل المعادلة $س^2-11س+30$ = صفر في مجموعة الأعداد الصحيحة ص ؟	{6، -5}	اليونس، 2004
عدم الانتباه إلى تغيير إشارة المتباينة عند القسمة على عدد سالب.	ما هي مجموعة الحل للمتباينة −2 س> 18 ؟	س>-9	Lim, 2006; Marquis, 1988
خطأ في إبدال العامل المشترك الأكبر بالمضاعف المشترك الأصغر لمقادير جبرية.	ما هو العامل المشترك الأكبر لكل من (س+5) (س+2)،$(س+5)^2$ (س-2)	(س+ 2) أو $(س+5)^2$(س- 2)	العدوي، 2008
خطأ في إبدال المضاعف المشترك الأصغر بالعامل المشترك الأكبر لمقادير جبرية.	ما هو المضاعف المشترك الأصغر لكل من (س+2) (س+7)، (س−2) (س+2) ؟	(س+2)	أبو عواد، 2006؛ الحروب، 2002
إيجاد قيمة أحد المتغيرات عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة التعويض	أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام التعويض: 2 س + 3 ص = 20 2 س = 7 ص	ص=2	ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004
إيجاد قيمة أحد المتغيرات عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف	أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام الحذف: س+ ص = 5 3 س– ص = 3	س=2	ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004
حل معادلة أولية في مجموعة الأعداد الحقيقية ح	أوجد مجموعة حل المعادلة $س^2+4$ = صفر في مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟	{2-}	الطيطي، 1989؛ العدوي، 2008؛ اليونس، 2004

وصف الخطأ الشائع	السؤال	الخطأ الشائع	المراجع
خطأ في جمع عدد صحيح مع كسر جبري.	أوجد ناتج جمع $\frac{1}{س} + 2$ ؟	$\frac{3}{س}$	الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004
خطأ في الخلط بين عبارة تربيعية على صورة مربع كامل وبين عبارة على صورة الفرق بين مربعين	ماهي العوامل الأولية للمقدار $س^2+4$ س+4	(س+2) (س-2)	اليونس، 2004
الخلط بين ايجاد مجموع جذري المعادلة التربيعية وحاصل ضربهما.	أوجد مجموع جذري المعادلة التربيعية $س^2$ +4 س−5 = صفر	5	مقابلات مع معلمين
خطأ في ضرب المقادير الجبرية.	أجد مفكوك الأقواس (س+3) (ص−7)؟	س ص-21	محمد، 2004
خطأ في اختزال الكسور الجبرية.	ما هو ناتج قسمة $\frac{3 + 9 ع}{15+ 9 ع}$ ؟	$\frac{1}{5}$	Kirshner & Awtry, 2004
خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام طريقة إكمال المربع	استخدم طريقة إكمال المربع لحل المعادلة التربيعية الآتية $س^2$− 10 س+ 21 =12	{ 3، 7 } {19،15}	Hall, 2002
خطأ في تحديد عدد الجذور الحقيقية عند معرفة إشارة المميز.	إذا كان مميز المعادلة التربيعية أ$س^2$ +ب س+ج= صفر سالباً ، ما عدد الجذور الحقيقية للمعادلة؟	جذران حقيقيان مختلفان	مقابلات مع معلمين
خطأ في تحليل الفرق بين مربعين.	إذا كان س+ ص= 5 ، س− ص=6، فأوجد القيمة العددية للمقدار $س^2$− $ص^2$	36	مقابلات مع معلمين
عدم إكمال الخوارزمية رغم صحة الحل.	أجد القيمة العددية للعبارة 3س−15 عندما س=5؟	3×5-15	أبو عواد، 2006؛ أحمد، 2003؛ أحمد، 1995
الخوارزمية صحيحة ولكن لن يتم التوصل للهدف	أجد مجموعة حل المعادلة $س^2$− س = صفر؟	س=1	اليونس، 2004
خطأ في طرح حدّين جبريين متشابهين بقلب خوارزمية الطرح.	اذا لم يكن المقدار الآتي مكتوب بأبسط صورة فاكتبيه 3س− 6س؟	3 س	محمد، 2004؛ اليونس، 2004
خطأ متعلق بالنظير الجمعي والضربي حيث يستخدم الطالب أياً منهما ليحل محل الآخر	أجد مجموعة حل المعادلة 7س−3=11	س= 7	ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004

وصف الخطأ الشائع	السؤال	الخطأ الشائع	المراجع
خطأ في إيجاد الجذر الموجب لعدد وإهمال الجذر السالب للعدد.	أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية ص^2 =25	ص=5	الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004
خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد على شكل حاصل ضرب عاملين	أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+5) (س−3) = صفر؟	{4، -7}	مقابلات مع معلمين
خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام القانون العام.	أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية 2س^2+ س=3، باستخدام القانون العام.		ضبابات، 1999؛ الطيطي، 1989؛ اليونس، 2004
خطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين	إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 2 س+11س^2 ؟	13 س^3	العدوي، 2008
خطأ في استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع	ما هو ناتج ضرب $\frac{1}{س}$(س^2 + 21 س) ؟	س+21س= 22س	NCC, 1992; Bernard, 1989
خطأ في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد	أجد مجموعة حل المعادلة س^2 +4 = صفر في مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟	س = 2، -2	العدوي، 2008؛ اليونس، 2004
خطأ في إيجاد حاصل ضرب جذري معادلة تربيعية بمتغير	أجد حاصل ضرب جذري المعادلة التربيعية س^2- 3 س– 4 = صفر ؟	3	مقابلات مع معلمين

ملحق رقم (2)

الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية ومرفقاته

ينقسم هذا الملحق إلى أربعة أجزاء، هي:

2- أ) كتاب تحكيم أدوات الدراسة.

2- ب) الاختبار كما قدم للطلبة.

2- ج) الإجابات الصحيحة للاختبار.

2- د) الموافقة على تطبيق الدراسة الميدانية

2- د-1) موافقة وزارة التربية والتعليم العالي

2- د-2) موافقة مدير التربية والتعليم في محافظة القدس

2- د-3) موافقة مدير برنامج التعليم في وكالة الغوث الدولية

الملحق 2- أ) كتاب تحكيم أدوات الدراسة

جامعة بيرزيت الدراسات العليا
دائرة التربية وعلم النفس ماجستير/ أساليب تعليم الرياضيات

حضرة الـــــدكـــــتور ..... المحترم،
حضرة طلبة ماجستير أساليب تعليم الرياضيات المحترمين،

الموضوع: تحكيم أدوات الدراسة.

تقوم الباحثة بدراسة هدفها الكشف عن الأخطاء الشائعة لدى طلبة الصفين الثامن والعاشر في المفاهيم الجبرية الأساسية ومعرفة مدى تكرارها لديهم، ووصف استراتيجيات التفكير التي يمارسها الطلبة المصاحبة للأخطاء في حل هذه المسائل الجبرية، ومعرفة مدى تمسكهم بهذه الاستراتيجيات، وملاحظة أي تطورات أو أنماط في تغير هذه الأخطاء من الصف الثامن إلى الصف العاشر.
ولغاية ذلك قامت بإعداد الاختبارات التشخيصية والمقابلات، وبما أن لكم تصوركم الخاص وخبرتكم في هذا الموضوع، لذا يرجى فحص الأسئلة المرفقة المعدة لأغراض الدراسة.
الرجاء إبداء الرأي والمشورة حول كل سؤال من أسئلة أدوات الدراسة:

الاختبار التشخيصي:

1. هل الاختبار قادر على كشف أخطاء الطلبة الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية والعمليات عليها؟
2. حسب معرفتك عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية هل تغطي هذه الأسئلة جميع الأخطاء الشائعة، حدد ذلك؟
3. هل فقرات الاختبار (أ) مناسبة لمستوى الصف (الثامن، العاشر)؟
4. هل عدد الأسئلة مناسب ؟

5. هل هناك أسئلة غير واضحة أذكرها واقترح بديلاً لها؟
6. ما هو التعديل والإضافة الذي تقترحه؟
7. ما هو الحذف الذي تقترحه؟
8. ما هي الإضافة التي تقترحها؟
9. هل الوقت المحدد مناسب لعدد الأسئلة والمستوى التعليمي؟
10. أي ملاحظات إضافية ؟

المقابلة:

1. هل المقابلة قادرة على كشف أخطاء الطلبة الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية والعمليات عليها؟
2. حسب معرفتك عن الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية هل تغطي هذه الأسئلة جميع الأخطاء الشائعة، حدد ذلك ؟
3. هل هي مناسبة للمستوى التعليمي للطالب، حدد ذلك؟
4. هل الصياغة اللغوية للأسئلة ملائمة، بين ذلك؟
5. هل هناك أسئلة غير واضحة أذكرها واقترح لها بديلاً؟
6. هل تقترح إضافة بعض الفقرات على المقابلة ،اذكرها؟
7. أي ملاحظات إضافية ؟

مع الشكر والتقدير لتعاونك

وتفضلوا بقبول فائق الاحترام

الملحق 2- ب) الاختبار نفسه كما قدم للطلبة

ملاحظات:

- تم توزيع نسختين من الاختبار، الأولى الاختبار (أ) يحتوي على الأسئلة (22) الأولى للصف الثـــامن، والثانية الاختبار (ب) احتوى على جميع الأسئلة (50 سؤال) للصف العاشر.

- بلغ عدد صفحات اختبار الصف الثامن 5 صفحات. أما اختبار الصف العاشر فاحتوى على 11 صفحة (مع ورقة التعليمات).

الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية

تعليمات عامة

أختي الطالبة / أخي الطالب:

يهدف الاختبار إلى دراسة الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين الثـــامن والعاشـــر الأساسيين في القدس للعام الدراسي 2009 /2010

يحتوي هذا الاختبار على 50 سؤال (11 صفحة- بما فيها هذه الصفحة). يرجى بذل أكبر جهد للإجابة على كل سؤال. ستكون إجابتك موضع ثقة، ولن يؤثر ذلك على تحصيلك في العام الدراسي، وسيتم استخدامها لأغراض البحث العلمي فقط، وقد يؤثر هذا في مساعدة المعلمين والمشرفين على وضع برامج علاجية لمعالجة مثل هـــذه الأخطاء لدى الطلبة لاحقاً.

لذا فالمطلوب منك الالتزام بالإرشادات الخاصة بالاختبار وهي:

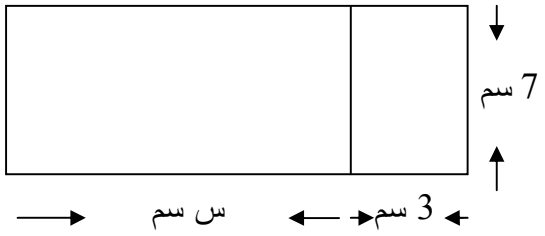
- اقرأ/ي كل سؤال بتمعن قبل بدء الإجابة عليه.
- عدم التسرع في الإجابة مباشرة وإنما التفكير في الحل.
- أكتب/ي خطوات الحل بالتفصيل في الفراغ المخصص لكل إجابة سؤال.
- وزع/ي وقتك بحيث تستطيع الإجابة عن جميع الأسئلة الموجودة في ورقة الاختبار.
- وقت الاختبار: 90 دقيقة. الرجاء التوقف عن الكتابة ووضع الأقلام جانباً عند الإعلان عن نهاية الوقت.
- الرجاء التوقف عن الكتابة عند الإعلان في نهاية الوقت.
- لا تنس تعبئة البيانات الشخصية على ورقة الاختبار.
- والآن يمكنك/ي البدء في حل الاختبار.

مع الشكر و التقدير لتعاونك

الاختبار التشخيصي في المفاهيم الجبرية الأساسية

س1 أكتب دون استخدام الأقواس المقدار 9(5 س+4ع) ؟

س2 أجد مساحة الشكل الهندسي الآتي بالسنتمترات المربعة:



س3 أكتب دون استخدام الأقواس المقدار 9 س− (5 ص−11) ؟

س4 أكتب الحد الجبري $(8ع)^2$ بأبسط صورة ؟

س5 أجد ناتج جمع س+ س ؟

س6 أكتب الحد الجبري $\sqrt{49\ س^2}$ بأبسط صورة ؟

س7 ما هي العوامل الأولية للمقدار $16- 9\ ص^2$ ؟

س8 أجد حاصل ضرب $\frac{س}{5} \times \frac{ص}{5}$ ؟

س9 أكتب المعادلة التي تمثل الجملة الآتية:

عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين، حيث عدد المعلمين س، عدد الطلبة ص؟

س10 إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $9\ س+2\ ص$ ؟

س11 أجد قيمة س التي تحقق المعادلة $3\ س= 63$ في مجموعة الأعداد الصحيحة ص؟

س12 إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $2س+11س^2$ ؟

س13 إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة ع +7 ؟

س14 5+س= 4+8، أوجد قيمة س ؟

س15 إذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 3 س− 6 س؟

س16 إذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $11 س^3 س^2$ ؟

س17 ما هو ناتج ضرب $\frac{1}{س}$ $(س^2 + 21 س)$ ؟

س18 ما هو العامل المشترك الأكبر لكل من المقدارين (س+5) (س+2) ، (س+5) (2 س−1) ؟

س19 إذا كان س+ ص=5 ، س− ص=6، فأجد القيمة العددية للمقدار $س^2 - ص^2$ ؟

س20 أجد القيمة العددية للعبارة 3 س– 15، عندما س = 5 ؟

س21 أجد مفكوك الأقواس (س+ 3) (ص– 7) ؟

س22 أجد مجموعة حل المعادلة 7 س– 3 = 11 في مجموعة الأعداد الصحيحة ص ؟

س23 أجد مفكوك المقدار $(س+3ص)^2$ ؟

س24 أكتب الكسر $\frac{6\ س+6}{6}$ بأبسط صورة ؟

س25 أجد ناتج جمع $\frac{7\ س}{3} + \frac{7\ س}{5}$ ؟

س26 اجعل س موضوع القانون في المعادلة $9\ س - 5 = 7ع$

س27 ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^3 - 8ع^3$ ؟

س28 ما هو حاصل قسمة $\frac{س^8}{س^2}$ ؟

س29 إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $\sqrt{9س^2+25}$ ؟

س30 ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^2+4س+4$ ؟

س31 إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $\sqrt{\frac{36ص^2}{25ع^2}}$ ؟

س32 ما هي مجموعة حل المعادلة $س^2-س=$ صفر، في مجموعة الأعداد الصحيحة ص ؟

س33 ما هي مجموعة حل المعادلة $س^2-11س+30=$ صفر في مجموعة الأعداد الصحيحة ص، باستخدام التحليل إلى العوامل ؟

س34 ما هي العوامل الأولية للمقدار $2س^3+128$ ؟

س35 ما هي مجموعة الحل المتباينة −2س>18 ؟

س36 أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية ص^2=25 ؟

س37 ما هو أكبرعدد صحيح يحقق المتباينة 3س<12 ؟

س38 ما هو المضاعف المشترك الأصغر لكل من المقدارين (س+2)(س+7) ، (س−2)(س+2) ؟

س39 إذا كان مميز المعادلة التربيعية أس^2+ب س+ج = صفر سالباً ، ما عدد الجذور الحقيقية للمعادلة؟

س40 أوجد مجموع جذري المعادلة التربيعية $س^2+3س- 4=$ صفر ؟

س41 استخدم طريقة إكمال المربع لحل المعادلة التربيعية الآتية $س^2$ - 10س+21 =12 ؟

س42 ما هو ناتج قسمة $\frac{3+9ع}{15+9ع}$ ؟

س43 أجد مجموعة حل المعادلة 5س+ 4 =3س- 6 ؟

س44 أجد ناتج جمع $\frac{1}{س}+2$ ؟

س45 أجد مجموعة حل المعادلة س^2+4= صفر في مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

س46 أجد حاصل ضرب جذري المعادلة التربيعية س^2-3س– 4= صفر ؟

س47 أجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام الحذف:

س+ ص= 5

3س– ص= 3

س48 أجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام التعويض:

$$2س + 3ص = 20$$
$$2س = 7ص$$

س49 أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+ 5) (س– 3) = صفر؟

س50 أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية $2س^2 + س = 3$، باستخدام القانون العام ؟

انتهت الأسئلة

الملحق 2 - ج) الإجابات الصحيحة للاختبار

رقم السؤال	الإجابة الصحيحة
1	45 س+ 36ع
2	7س+21
3	9 س−5ص+11
4	$64ع^2$
5	2 س
6	7 س
7	(4−3 ص)، (4+3 ص)
8	$\frac{\text{س ص}}{25}$
9	ص= 6 س
10	9 س+2 ص
11	س=21
12	س(2+11س)
13	ع+ 7
14	س= 7
15	−3 س
16	$11 س^5$
17	س+21
18	ع.م.أ = س+5
19	$س^2 − ص^2 = 30$
20	صفر
21	س ص−7س+3 ص−21
22	س=2

رقم السؤال	الإجابة الصحيحة
23	$س^2 + 6 س ص + 9 ص^2$
24	س+1
25	$\frac{56 س}{15}$
26	$س = \frac{7 ع + 5}{9}$
27	(س−2ع) ، $(س^2 + 2 س ع + 4ع^2)$
28	$س^6$
29	$\sqrt{9 س^2 + 25}$
30	س+2
31	$\frac{6 ص}{5 ع}$
32	س= صفر أو س=1
33	س=5 أو س= 6
34	$2(س+4)\ (س^2 - 4 س + 16)$
35	س<−9
36	ص=5، -5
37	س=3
38	$م.م.أ = (س^2 - 4)\ (س+7)$
39	صفر
40	−3
41	س=9 أو س=1
42	$\frac{3+1 ع}{3+5 ع}$
43	س= −5
44	$\frac{2+1 س}{س}$
45	Ø

رقم السؤال	الإجابة الصحيحة
46	4-
47	س=2 ، ص=3
48	س=7 ، ص=2
49	س=−5 أو س=3
50	س=−2/3 أو س=1

الملحق 2- د) الموافقة على تطبيق الدراسة الميدانية

2- د- 1) موافقة وزارة التربية والتعليم العالي

2- د- 2) موافقة مدير التربية والتعليم في محافظة القدس

2- د- 3) موافقة مدير برنامج التعليم في وكالة الغوث الدولية

2- د- 1) موافقة وزارة التربية والتعليم العالي

بسم الله الرحمن الرحيم

Palestinian National Authority
Ministry of Education & Higher Education
Directorate General Of General Education

السلطة الوطنية الفلسطينية
وزارة التربية والتعليم العالي
الإدارة العامة للتعليم العام

الرقم : وت/ ٨٤٤٠/٢٠/٢٩
التاريخ :27/ 8 /2009م
الموافق : 6/ 9 /1430هـ

file.
السيدة موسسة الصندوق المحترمة
للجواب مايلزم
2009/9/2

السيد موريس بقلة المحترم
رئيس دائرة التربية وعلم النفس/ جامعة بيرزيت
تحية طيبة وبعد ،،،

الموضوع: الدراسة الميدانية

الإشارة : كتابكم بتاريخ 24/آب/2009م

لا مانـــع من قيام الطالبة (نيفين يوسف الترهي) بتطبيق اختبار رياضيات على طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في المدارس الحكومية في مديرية التربية والتعليم/ القدس إستكمالاً لدراستها الميدانية بعنـــوان" الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المؤدية لها "، على أن يتم تطبيق الاختبار خارج الحصص الدراسية الرسمية، وذلك بعد التنسيق المسبق مع مدير التربية التعليم فيها، على أن لا يؤثر ذلك على سير العملية التعليمية.

مع الاحتـــــرام،،،

أ. سعاد القدومي
سعاد القدومي
نائب مدير عام التعليم العام

السلطة الوطنية الفلسطينية * وزارة التربية والتعليم العالي *

نسخة/ السيد مدير التربية والتعليم/ القدس المحترم
الرجاء تسهيل المهمة
نسخة/ الملف.
ن.ع

عاصمة الثقافة العربية Capitale Arab Culture al-QUDS 2009

2- د- 2) موافقة مدير التربية والتعليم في محافظة القدس

بسم الله الرحمن الرحيم

Awqaf Department
Directorate of Education
Jerusalem

دائرة الأوقاف العامة
مديرية التربية والتعليم
القدس

Tele fax:6286589-6276514 Email: info@awqaf-jdoe.sch.ps P.O.Box 19092 ص.ب 6276514-6286589 تلفاكس:

الرقم ط/390/ 1947
التاريخ:2/9/2009م
الموافق:12/رمضان/1430هـ

حضرة مدير/ة المدرسة المحترم/ة،،،

تحية طيبة وبعد،،،

الموضوع:دراسة ميدانية

أرجو من حضرتكم تسهيل مهمة الطالبة (نيفين يوسف الترهي) بتطبيق اختبار رياضيات على طلبة الصفين الثامن و العاشر الأساسيين في المدارس الحكومية في مديرية التربية و التعليم/القدس استكمالا لدراستها الميدانية بعنوان "الأخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية و استراتيجيات التفكير المؤدية لهذه الأخطاء" وإجراء مقابلات بعد تصحيح الاختبار في المدارس على أن يتم تطبيق الاختبار خارج الحصص الدراسية الرسمية،وذلك بعد التنسيق المسبق مع مدير المدرسة على أن لا يؤثر ذلك على سير العملية التعليمية.

مع الاحترام،،،

/مدير التربية و التعليم القدس الشريف

س ص/ا

2-د-3) موافقة مدير برنامج التعليم في وكالة الغوث الدولية

TO: CFEP
Recommended
A-Edo
18/9/09

جامعة بيرزيت BIRZEIT UNIVERSITY
برنامج الماجستير في التربية
14 بيرزيت ☎ (02)2982174 (02) 2982981

24 آب 2009

حضرة رئيس برنامج التعليم لوكالة الغوث الدولية المحترم
رام الله – فلسطين

DICFEP
For info
Arabic

الموضوع: استكمال دراسة

تحية طيبة وبعد،

تقوم الطالبة نيفين يوسف ترهي بدراسة كمتطلب لانهاء مساق الرسالة (860) تحت إشراف الدكتور فطين مسعد بعنوان "الاخطاء الشائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية واستراتيجيات التفكير المؤدية لها".

AEO/D
Approved
W. Suban

أرجو تسهيل مهمة الطالبة إجراء اختبار تشخيصي للصفين الثامن، العاشر الأساسيين وإجراء مقابلات بعد تصحيح الاختبار في مدارس الوكالة في القدس وكذلك تزويدها باعداد المدارس وأسماءها وعدد الشعب وعدد الطلبة التي تشمل الصفين المذكورين سابقاً .

مع فائق تقديري واحترامي ،،،

أ. موريس بقلة
رئيس دائرة التربية وعلم النفس

DEPARTMENT OF EDUCATION
UNRWA F.O. - JERUSALEM
09-09-2009
FILE No. ED/
PASSED TO:

جامعة بيرزيت BIRZEIT UNIVERSITY
برنامج الدراسات العليا - التربية
GRADUATE PROGRAM - EDUCATION

ملحق رقم (3)

المقابلة وإجراءاتها

يستعرض هذا الملحق إجراءات المقابلة التي تمت مع الطلبة بالتفصيل، وقد تم تصنيف هذا الملحق إلى:

3- أ) خطوات إجراء المقابلة.

3- ب) نموذج تفريغ مقابلة الطلبة.

ملحق 3- أ) خطوات إجراء المقابلة

1. طرح السؤال بنفس الصياغة كما ورد في الاختبار التشخيصي، والطلب من الطالب حل السؤال.

2. إذا كنت تحاول حل هذا السؤال لزميلك فكيف تشرح له هذا الحل؟

3. فسر كيف توصلت إلى هذه الإجابة ؟

4. وضح خطوات الحل التي اتبعتها بصوت مسموع ؟

5. إعطاء سؤال مشابه مختلف في الرموز والأعداد، والطلب من الطالب حله بصوت مسموع .

6. إذا كانت إحدى الإجابات تمت باستخدام قانون؛ فإنه يسأل ما هو القانون الذي اعتمدت عليه في الحل ؟

- ملاحظة: بعد انتهاء المقابلات تم مقارنة هل اختلفت طريقة إجابة الطالب في السؤال المشابه عن سؤال الاختبار التشخيصي، وذلك بطرح سؤال مشابة آخر وتم تسجيل الملاحظات.

الصف:..... **الملحق 3- ب) نموذج تفريغ المقابلة** **اسم الطالب/ة:.....**

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
أكتب دون استخدام الأقواس المقدار $9(5س+4ع)$ ؟			أكتب دون استخدام الأقواس المقدار $8(7ص+6 ل)$ ؟						
أجد مساحة الشكل الهندسي الآتي بالسنتمترات المربعة			أجد مساحة الشكل الهندسي الآتي بالسنتمترات المربعة						
أكتب دون استخدام الأقواس المقدار $9 س- (5 ص- 11)$			أكتب دون استخدام الأقواس المقدار $7 س- (3 ص- 4)$						
أكتب الحد الجبري $(8ع)^2$ بأبسط صورة ؟			أكتب الحد الجبري $(3ع)^2$ بأبسط صورة ؟						
أجد ناتج جمع س+ س؟			أجد ناتج جمع ص+ ص؟						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
أكتب الجد الجبري $\sqrt{49س^2}$ بأبسط صورة؟			أكتب الجد الجبري $\sqrt{81س^2}$ بأبسط صورة؟						
ما هي العوامل الأولية للمقدار 16- 9 ص^2 ؟			ما هي العوامل الأولية للمقدار 36- 25 ص^2 ؟						
أجد حاصل ضرب $\frac{س}{5} \times \frac{ص}{5}$ ؟			أجد حاصل ضرب $\frac{س}{7} \times \frac{ص}{7}$ ؟						
أكتب المعادلة التي تمثل الجملة الآتية: عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين، حيث عدد المهندسين س، عدد المحامين ص؟			أكتب المعادلة التي تمثل الجملة الآتية: عدد المحامين ستة أضعاف عدد المهندسين، حيث عدد المهندسين س، عدد المحامين ص؟						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 9س+2ص ؟			إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 7س+3ص ؟						
أجد قيمة س التي تحقق المعادلة 3س= 63 في مجموعة الأعداد الصحيحة ص؟			أجد قيمة س التي تحقق المعادلة 4 س=24 في مجموعة الأعداد الصحيحة ص؟						
إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 2 س+11س^2 ؟			إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 3س+ 7س^2 ؟						
إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة ع +7 ؟			إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة ع +6 ؟						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
5 + س = 4 +8، أوجد قيمة س ؟			7 + س = 2 + 9 أوجد قيمة س ؟						
إذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 3 س- 6 س؟			إذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوباً بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 4 س-7س؟						
إذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 11س^{3}س^2 ؟			إذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة 12 س^{3}س^5 ؟						
ما هو ناتج ضرب $\frac{1}{\text{س}}$ (س^2+21 س)			ما هو ناتج ضرب $\frac{1}{\text{ص}}$ (ص^2 +21 ص)						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
ما هو العامل المشترك الأكبر لكل من المقدارين (س+5) (س+2) ، (س+5) (2س-1)			ما هو العامل المشترك الأكبر لكل من المقدارين (س+7) (س+ 2) ، (س+7)(2س-1) ؟						
إذا كان س+ ص = 5 ، س- ص =6، فأجد القيمة العددية للمقدار $س^2 - ص^2$			إذا كان س+ ص= 9 ، س- ص =4، فأجد القيمة العددية للمقدار $س^2 - ص^2$						
أجد القيمة العددية للعبارة 3س– 15، عندما س= 5؟			أجد القيمة العددية للعبارة 3س- 6 عندما س = 2 ؟						
أجد مفكوك الأقواس (س+3) (ص–7) ؟			أجد مفكوك الأقواس (س+5) (ص– 3) ؟						
أجد مجموعة حل المعادلة 7س– 3= 11			أجد مجموعة حل المعادلة 5س– 6=13						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
أجد مفكوك المقدار $(س+3ص)^2$ ؟			أجد مفكوك المقدار $(س+5ص)^2$ ؟						
أكتب الكسر $\frac{6س+6}{6}$ بأبسط صورة؟			أكتب الكسر $\frac{7س+7}{7}$ بأبسط صورة؟						
أجد ناتج جمع $\frac{7س}{3} + \frac{7س}{5}$ ؟			أجد ناتج جمع $\frac{5س}{3} + \frac{5س}{4}$ ؟						
اجعل س موضوع القانون في المعادلة $9س - 5 = 7ع$			اجعل س موضوع القانون في المعادلة $3س - 2 = 7ع$						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^3 - 8ع^3$ ؟			ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^3 - 27 ع^3$ ؟						
ما هو حاصل قسمة $\frac{س^8}{س^2}$ ؟			ما هو حاصل قسمة $\frac{س^8}{س^5}$ ؟						
إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $\sqrt{9س^2+25}$			إذا لم يكن المقدار الآتي مكتوب بأبسط صورة، فاكتبه بأبسط صورة $\sqrt{49س^2+16}$						
ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^2+4س+4$			ما هي العوامل الأولية للمقدار $س^2+6س+9$						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
اذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوباً بأبسط صورة فاكتبه $\sqrt{\frac{36\text{ص}^2}{25\text{ع}^2}}$ ؟			اذا لم يكن الحد الجبري الآتي مكتوباً بأبسط صورة فاكتبه $\sqrt{\frac{9\text{ص}^2}{16\text{ع}^2}}$						
ما هي مجموعة حل المعادلة $\text{س}^2 - \text{س} = 0$، في مجموعة الأعداد الصحيحة			ما هي مجموعة حل المعادلة $\text{ص}^2 - \text{ص} = 0$، في مجموعة الأعداد الصحيحة						
ما هي مجموعة حل المعادلة $\text{س}^2 - 11\text{س} + 30 = 0$			ما هي مجموعة حل المعادلة $\text{س}^2 - 10\text{س} + 21 = 0$						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
ما هي العوامل الأولية للمقدار $2س^3+128$ ؟			ما هي العوامل الأولية للمقدار $2س^3+250$ ؟						
ما هي مجموعة الحل المتباينة -2 س> 18			ما هي مجموعة الحل المتباينة -2 س> 10						
أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية $ص^2 = 25$ ؟			أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية $ص^2= 9$ ؟						
ما هو أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة 3 س<12 ؟			ما هو أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة 5 س<15 ؟						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
ما هو المضاعف المشترك الأصغر لكل من المقدارين (س+2)(س+7)، (س- 2)(س+2) ؟			ما هو المضاعف المشترك الأصغر لكل من المقدارين (س+3)(س+7) ، (س- 3)(س+3) ؟						
إذا كان مميز المعادلة التربيعية سالباً، ما عدد الجذور الحقيقية للمعادلة؟			إذا كان مميز المعادلة التربيعية موجباً، ما عدد الجذور الحقيقية للمعادلة؟						
أوجد مجموع جذري المعادلة التربيعية $س^2+3$ س– 4= 0			أوجد مجموع جذري المعادلة التربيعية $س^2+4$ س– 5= 0						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
استخدم طريقة إكمال المربع لحل المعادلة التربيعية الآتية $س^2$- 10 س+21 =12			استخدم طريقة إكمال المربع لحل المعادلة التربيعية الآتية $ص^2$ - 10 ص+21 =12						
ما هو ناتج قسمة $\frac{3+ 9ع}{}$ ؟ 15+9ع			ما هو ناتج قسمة $\frac{2+8ع}{}$ ؟ 16+8ع						
أجد مجموعة حل المعادلة 5س+4 =3س- 6			أجد مجموعة حل المعادلة 5ص+ 2 =3س- 6						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
اجد ناتج جمع $\frac{1}{س} + 2$			أجد ناتج جمع $\frac{1}{س} + 3$						
أجد مجموعة حل المعادلة $س^2 + 4 = 0$			أجد مجموعة حل المعادلة $س^2 + 25 = 0$						
أجد حاصل ضرب جذري المعادلة التربيعية $س^2 - 3س - 4 = 0$			أجد حاصل ضرب جذري المعادلة التربيعية $س^2 - 6س - 7 = 0$						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
أجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام الحذف: س+ ص = 5 س– ص= 3			أجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام الحذف: س+ ص= 6 س– ص= 4						
أجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام التعويض: 2 س+3 ص= 20 س=7ص			أجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام التعويض: 2 ع +3 ك = 20 2ع =7 ك						

إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي	إجابة الطالب على السؤال الوارد في الاختبار التشخيصي أثناء المقابلة	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (تفسير الإجابة أثناء المقابلة وخطوات الحل)	مدى الثبات (سؤال مشابه للسؤال الوارد في الاختبار التشخيصي)	توضيح الطالب لخطوات الحل التي اتبعها بصوت مسموع	استراتيجية التفكير المستخدمة في الحل (كيفية شرح الطالب لاجابة السؤال لزميل له)	إجابة سؤال ثالث مشابه عند تعدد طرق حل السؤال	التفسير من أين جاء القانون إذا تم الحل باستخدام القانون	وجود الثبات والتمسك في الحل	ملاحظات
أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+5)(س–3)=0			أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+4) (س– 7) = 0						
أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية $2س^2+س=3$، باستخدام القانون العام؟			أجد مجموعة حل المعادلة التربيعية $3س^2+س=5$، باستخدام القانون العام ؟						

ملحق رقم (4)

إجابات الطلبة على أسئلة الاختبار

يستعرض هذا الملحق إجابات الطلبة الخاطئة حسب الصف على أسئلة الاختبار، الهدف من هذا الملحق تمكيننا من رؤية النسب المئوية لإجابات الطلبة الخاطئة حول أسئلة الاختبار، وينقسم هذا الملحق إلى خمسة أجزاء، هي:

4- أ) النسب المئوية لإجابات طلبة الصفين الثامن والعاشر الخاطئة حول أسئلة الاختبار التشخيصي مرتبة تنازلياً بالنسبة للصف الثامن.

4- ب) النسب المئوية لبنود الأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية.

4- ج) أنواع الأخطاء الشائعة ونسبتها المئوية التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية.

4- د) النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين العاشر والثامن في الاختبار (أ) والمقابلة.

4- هـ) النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصف العاشر في الجزء الثاني من الاختبار (ب) والمقابلة

الملحق 4- أ) النسب المئوية لإجابات طلبة الصفين الثامن والعاشر الخاطئة حول أسئلة الاختبار التشخيصي مرتبة تنازلياً بالنسبة للصف الثامن

	هدف السؤال	رقم السؤال	النسبة المئوية للأخطاء	
			الصف الثامن	**الصف العاشر**
1	**تبسيط مقدار جبري**	10	%45.1	%20.9
2	**جمع الحدود الجبرية**	13	%38.2	%29.9
3	**تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة**	2	%33.9	%30.2
4	**طرح مقدارين جبريين**	3	%29.2	%44.2
5	**ضرب المقادير الجبرية**	21	%27.3	%12.4
6	**إيجاد مربع حد جبري**	4	%26.6	%24.6
7	**ترجمة مسألة كلامية إلى معادلة جبرية**	9	%24	%23.3
8	**طرح حدّين جبريين**	15	%23.4	%20.6
9	**ضرب الحدود الجبرية**	16	%21.7	%10
10	**حل معادلة خطية بمتغير باستخدام النظير الجمعي**	14	%21.5	%13.3
11	**إيجاد الجذر التربيعي لحد جبري**	6	%21.3	%20.6
12	**إيجاد القيمة العددية لمقدار جبري على صورة فرق بين مربعين.**	19	%21.3	%14.1
13	**استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع**	1	%21.2	%12.6
14	**تحليل مقدار جبري على صورة فرق بين مربعين**	7	%20.8	%20.4
15	**إيجاد العامل المشترك الأكبر لمقادير جبرية**	18	%20.8	%10.2
16	**جمع حدّين جبريين**	5	%20.6	%36.8
17	**ضرب الكسور الجبرية**	8	%20.5	%20.4
18	**إخراج العامل المشترك الأكبر لحدود جبرية**	12	%20.5	%21.5
19	**إيجاد القيمة العددية لمقدار جبري عند قيمة محددة للمتغير**	20	%20.1	%9.2
20	**حل معادلة خطية بمتغير واحد**	22	%16.4	%5.4
21	**استخدام قانون التوزيع**	17	%16	%14.5
22	**حل معادلة خطية بمتغير باستخدام النظير الضربي**	11	%11.8	%9.6
23	**حل معادلة تربيعية على صورة فرق بين مربعين**	36	**	%77.1
24	**حل معادلة تربيعية على صورة مجموع مربعين في مجموعة الأعداد الحقيقية**	45	**	%58.7

	هدف السؤال	رقم السؤال	النسبة المئوية للأخطاء	
			الصف الثامن	**الصف العاشر**
25	**إيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين**	29	**	%47.9
26	**جمع كسرين جبريين**	44	**	%47.5
27	**حل معادلة تربيعية بمتغير واحد**	32	**	%43.8
28	**قسمة حدّين جبريين**	28	**	%37.1
29	**إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لمقادير جبرية**	38	**	%36.1
30	**حلّ متباينة خطية بمتغير**	35	**	%35.8
31	**إيجاد مفكوك مجموع مكعبين**	34	**	%32.6
32	**إيجاد مفكوك الفرق بين مكعبين**	27	**	%31
33	**إيجاد أكبر عدد صحيح يحقق متباينة خطية بمتغير**	37	**	%30.3
34	**تبسيط الكسور الجبرية**	42	**	%30
35	**إيجاد مربع مجموع حدّين**	23	**	%29.4
36	**اختزال الكسور الجبرية**	24	**	%28
37	**إيجاد الجذر التربيعي لكسر جبري**	31	**	%27.9
38	**حل نظام من معادلتين خطيتين بطريقة الحذف**	47	**	%25.7
39	**حل معادلة خطية بمتغير**	43	**	%25.5
40	**حل معادلة تربيعية باستخدام طريقة إكمال المربع**	41	**	%24.3
41	**حل نظام من معادلتين خطيتين بطريقة التعويض**	48	**	%24.1
42	**حل معادلة تربيعية غير مكتوبة بصورة حاصل ضرب عاملين**	33	**	%23.9
43	**حل معادلة تربيعية مكتوبة بصورة حاصل ضرب عاملين**	49	**	%23.8
44	**حل معادلة تربيعية باستخدام القانون العام**	50	**	%23.4
45	**جمع الكسور الجبرية**	25	**	%23.3
46	**إيجاد مجموع جذري معادلة تربيعية بمتغير**	40	**	%21.5
47	**إيجاد عدد جذور معادلة تربيعية بمعرفة إشارة المميز**	39	**	%20.2
48	**جعل متغير موضوع القانون**	26	**	%20.1
49	**إيجاد حاصل ضرب جذري معادلة تربيعية بمتغير**	46	**	%7.8
50	**ضرب كسور جبرية**	30	**	%7.1

** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال

الملحق 4- ب): النسب المئوية لبنود الأخطاء الشائعة التي وقع فيها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
		الصف الثامن	الصف العاشر
1-خطأ في فك الأقواس			
1	خطأ في توزيع الضرب على الجمع.	%21.2	*
21	خطأ في ضرب المقادير الجبرية.	%27.3	*
2-الحل المنقوص			
2	خطأ في تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة.	%33.9	%30.2
20	عدم إكمال الخوارزمية رغم صحة الحل.	%20.1	*
26	خطأ في جعل أحد المتغيرات موضوع القانون.	**	%20.1
32	الخوارزمية صحيحة ولكن لم يتم التوصل للهدف.	**	%43.8
34	استدعاء خاطئ لمفكوك مجموع مكعبين.	**	%32.6
47	إيجاد قيمة أحد المتغيرات عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطريقة الحذف أو التعويض.	**	%25.7
48		**	%24.1
12	الاعتقاد بأن المقدار مكتوب بأبسط صورة.	*	%21.5
3-خطأ في الخلط بين العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) والمضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ)			
18	خطأ في اعتبار (ع.م.أ) هو (م.م.أ) لمقادير جبرية.	%20.8	*
38	خطأ في اعتبار (م.م.أ) هو (ع.م.أ) لمقادير جبرية.	**	%36.1
4-خطأ في جمع الحدود الجبرية			
10	خطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين بجمع الأعداد وضرب المتغيرات.	%45.1	%20.9
12	خطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين بأن الناتج يجب أن يعطي ناتجاً وحيداً مثل الحساب.	%20.5	*
13	جمع متغير مع ثابت أ ص+ ب= (أ+ ب) ص حيث أ، ب عددان حقيقيان.	%38.2	%29.9
42		**	%30
24		**	%24.5

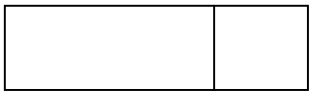
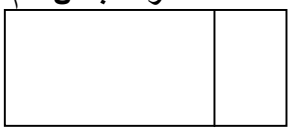
رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
		الصف الثامن	الصف العاشر
5-خطأ في طرح الحدود والمقادير الجبرية			
15	عند طرح حدّين متشابهين يطرح معامل الحد الأصغر من معامل الحد الأكبر بغض النظر عن قيمته.	%23.4	%20.6
3	استبدال عملية طرح مقدار جبري من آخر بضربهما.	%28.7	%44.2
	خطأ في طرح المقادير الجبرية بالطرح من الحد الأول في المقدار الثاني فقط.	%29.6	*
6-خطأ في إيجاد الجذر التربيعي			
29	استدعاء خاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين بإيجاد الجذر التربيعي للحدّين.	**	%47.9
6	استدعاء خاطئ في إيجاد الجذرالتربيعي لحدّ جبري بإيجاد جذر العدد دون إيجاد جذر المتغير وبالعكس.	%21.3	%20.6
31		**	%27.9
7-خطأ في العمليات على الحدود الجبرية			
5	خطأ في جمع حدّين جبريين حيث تجمع الأسس.	%20.6	%36.8
16	خطأ في ضرب حدّين جبريين حيث تضرب الأسس.	%21.7	*
28	خطأ في قسمة حدّين جبريين حيث تقسم الأسس.	**	%37.1
8-خطأ في إيجاد مفكوك مربع حد ومقدار جبري			
4	خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدّ جبري وذلك بتربيع العدد دون تربيع المتغير وبالعكس.	%26.6	%24.6
23	توزيع القوة في مربع مجموع حدّين على كل من الحدّين.	**	%29.4
9-استعمال خاطئ للاختزال			
24	خطأ في الاختصار عند تبسيط الكسور الجبرية.	**	%31.5
42		**	%30.9
27	استدعاء خاطئ لمفكوك الفرق بين مكعبين.	**	%31
10-خطأ في التحليل إلى العوامل الأولية			
7	خطأ في تحليل الفرق بين مربعين.	%20.8	%20.4
19		%21.3	*

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	النسبة المئوية	
		الصف الثامن	الصف العاشر
11-خطأ في العمليات على الكسور الجبرية			
8	خطأ في ضرب كسرين جبريين.	%20.5	%20.4
44	خطأ في جمع الكسور الجبرية.	**	%47.5
25		**	%23.3
12-خطأ في حل المعادلة الخطية والتربيعية بمتغير واحد			
14	الخلط بين النظير الجمعي والضربي حيث يستخدم الطالب أياً منهما ليحل محل الآخر.	%21.5	*
33	الخلط بين حل وتحليل المعادلات التربيعية بمتغير.	**	%23.9
36	إهمال الجذر السالب للعدد عند إيجاد جذور العدد.	**	%77.1
41	خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام طريقة إكمال المربع.	**	%24.3
45	تحليل العبارة الأولية.	**	%58.7
49	خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد على شكل حاصل ضرب عاملين.	**	%23.8
50	خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام القانون العام.	**	%23.4
13-أخطاء تتعلق بجذور المعادلة التربيعية بمتغير واحد			
39	خطأ في تحديد عدد الجذور الحقيقية لمعادلة تربيعية عند معرفة إشارة المميّز.	**	%20.2
40	الخلط بين إيجاد مجموع جذري المعادلة التربيعية وحاصل ضربهما.	**	%21.5
14-أخطاء في حل المتباينة الخطية بمتغير واحد			
35	عدم تغيير إشارة المتباينة عند القسمة على عدد سالب.	**	%35.8
37	عدم التمييز بين الإشارتين $<$ ، $\leq$.	**	%30.3
15-أخطاء في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية			
9	خطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية.	%24	%23.3

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال.

الملحق 4- ج): أنواع الأخطاء الشائعة ونسبتها المئوية التي وقع بها طلبة الصفين الثامن والعاشر الأساسيين في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
النوع الأول: الأخطاء المفاهيمية				
الحل المنقوص				
2	خطأ في تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة.	 **أ سم** **ب سم س سم** **مساحة الشكل الهندسي= أ ب سم^2** **أو أ ب س سم^2** **مثال**  7سم 3 سم س سم مساحة الشكل الهندسي=21 سم^2 أو 21س سم^2	%33.9	%30.2
26	خطأ في جعل أحد المتغيرات موضوع القانون	**لجعل المتغير س في المعادلة أ س- ب=ج ع موضوع للقانون فإن أ س=ج ع+ ب** **مثال:** لجعل المتغير س في المعادلة 9 س- 5= 7ع موضوع للقانون فإن 9 س=7ع+5	**	%20.1
خطأ في الخلط بين العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) والمضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لمقادير جبرية				
38	خطأ في اعتبار (م.م.أ) هو (ع.م.أ) لمقادير جبرية.	(م.م.أ) لكل من المقدارين (س+أ) (س+ب) ،(س+أ) (ج س-د) هو (س+أ) مثال: (م.م.أ) للمقدارين (س+2) (س+7)، (س-2) (س+2) هو (س+2)	**	%36.1
18	خطأ في اعتبار (ع.م.أ) هو (م.م.أ) لمقادير جبرية.	(ع.م.أ) لكل من المقدارين (س+ أ) (س+ب)، (س+أ) (ج س- د) هو (س+أ) (س+ب) (ج س-د) مثال: (ع.م.أ) لكل من المقدارين (س+5) (س+2) ،(س+5) (2 س-1) هو (س+5) (س+2) (2س-1)	%20.8	*

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
خطأ في فك الأقواس				
21	خطأ في ضرب المقادير الجبرية	ناتج ضرب المقدارين (س+أ) (ص-ج) = س ص– أ ج مثال: (س+3) (ص-7) = س ص–21	%27.3	*
خطأ في جمع الحدود الجبرية				
10	خطأ في جمع معاملات الحدود المختلفة	أ س+ ب ص= (أ+ب) س ص مثال: 9 س+2 ص = 11 س ص	%45.1	%20.9
13	خطأ في جمع متغير مع ثابت	أ ص+ب= أ ب ص مثال: 7+ع = 7ع	%38.2	%29.9
42		أ+ب ع = (أ+ ب) ع = (أ+ ب) ج+ ب ع (ج+ ب)ع (ج+ ب) مثال: 3+9 ع = 12ع = 1 15+9ع 24ع 2	**	%30
24		ب س + ب = 2 ب س = 2 س ب ب مثال: 6 س + 6 = 12 س = 2 س 6 6	**	%24.5
12	خطأ في جمع حدّين جبريين غير متشابهين	أ س^{م} + ب س^{ن} = (أ+ ب) س^{ن}، م< ن مثال:2 س^{2}+11س^{2} =13 س^{2}	%20.5	%21.5
خطأ في طرح المقادير الجبرية				
3	الخلط بين ضرب المقادير الجبرية وطرحها	أ س– (ب ص– ج)=- أ ب س ص+أ ج س مثال:9 س-(5ص-11)=-45 س ص+99 س	%28.7	%44.2
خطأ في في العمليات على الحدود الجبرية				
5	خطأ في جمع حدّين جبريين متشابهين بجمع الأسس	س^{م}+ س^{ن} = س$^{م+ن}$ مثال: س+ س= س^{2}	%20.6	%36.8
16	خطأ في ضرب حدّين جبريين بضرب الأسس.	أ س^{م} س^{ن} = أ س$^{م\times ن}$ مثال: 11 س^{3} س^{2} = 11 س^{6}	%21.7	*
28	خطأ في قسمة حدّين جبريين بقسمة الأسس	س^{م} = س$^{م / ن}$ س^{ن} مثال: س^{8} = س^{4} س^{2}	**	%37.1

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
خطأ في العمليات على الكسور الجبرية				
44	خطأ في جمع الكسور الجبرية بتجاهل توحيد المقامات	$\frac{أ}{س} + ب = \frac{أ+ب}{س}$ مثال: $\frac{1}{س} + 2 = \frac{3}{س}$	**	%47.5
25		$\frac{أ}{ب}س + \frac{أ}{ج}س = \frac{أ}{ب+ج}س$ أو $\frac{2أ}{ب+ج}س$ مثال: $\frac{7}{3}س + \frac{7}{5}س = \frac{7}{8}س$ أو $\frac{14}{8}س$	**	%23.3
خطأ في حل معادلة خطية بمتغير واحد				
14	خطأ متعلق بالخلط بين النظير الجمعي والنظير الضربي.	أ + س = ب+ ج س = ب+ج؛ س= ب+ج /أ مثال: 5+ س= 4+8 س = 12؛ س= 5/12	%21.5	*
خطأ في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد				
45	تحليل العبارة الأولية.	حل المعادلة التربيعية $س^2+أ^2$ =صفر س=– أ ، أ أو س=– أ مثال:حل المعادلة التربيعية $س^2+4$ =صفر س=–2 ، 2 أو س=– 2	**	%58.7
خطأ في حل المتباينة الخطية بمتغير واحد				
37	عدم التمييز بين الإشارتين < ، ≤	أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة أس< ب هو ب/أ مثال: أكبر عدد صحيح يحقق المتباينة 3س< 12 هو 4	**	%30.3

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
النوع الثاني: أخطاء التعميمات				
خطأ في فك الأقواس				
1	خطأ في استخدام قانون توزيع الضرب على الجمع.	أ (ب س+ج ص)= أ ب س+ج ص مثال: 9(5 س+4ع) = 45 س+4ع	%21.2	*
خطأ في طرح المقادير الجبرية				
3	خطأ في طرح المقادير الجبرية.	أ س– (ب ص– ج)= أ س– ب ص– ج مثال: 9س– (5 ص–11) = 9س– 5ص–11	%29.6	*
خطأ في إيجاد الجذر التربيعي				
29	استدعاء خاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لمجموع مربعين.	$\sqrt{أ^2 س^2 + ب^2} =$ أ س+ب **مثال:** $\sqrt{9س^2+25} =$ 3س+5	**	%47.9
6	استدعاء خاطئ لإيجاد الجذر التربيعي لحدّ جبري .	$\sqrt{أ^2 س^2} =$ أ س^2 أو أ^2 س **مثال:** $\sqrt{49 س^2} =$ 7س^2 أو 49 س	%21.3	%20.6
31		$\sqrt{\frac{أ^2 ص^2}{ب ع^2}} = \frac{أ ص^2}{ب ع^2}$ أو $\frac{أ^2 ص}{ب^2 ع}$ **مثال:** $\sqrt{\frac{36ص^2}{25ع^2}} = \frac{6 ص^2}{5ع^2}$ أو $\frac{36ص}{25ع}$	**	%27.9
خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدود ومربع مجموع مقادير جبرية				
4	خطأ في إيجاد مفكوك مربع حدّ جبري.	(أ ب)^2 = أ^2 ب أو أ ب^2 مثال: (8ع)^2 = 64ع أو 8ع^2	%26.6	%24.6
23	خطأ في إيجاد مربع مجموع حدّين.	(س+ب ص)^2 = س^2+ب^2 ص^2 مثال: (س+3 ص)^2 = س^2+9 ص^2	**	%29.4

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
استعمال خاطئ للاختزال				
24	خطأ في اختصار الأشياء المتشابهة عند تبسيط الكسور الجبرية.	ب س + ب = ب س أو س **أو** ب س+ ب **أو** ب س+1 مثال: 6 س+6 = 6 س **أو** س **أو** س+6 6 **أو** 6 س+1	**	%31.5
42		أ + ب ع = أ ج + ب ع ج مثال: 3+9ع = 1 15+9ع 5	**	%30.9
خطأ في حل المتباينة الخطية بمتغير واحد				
35	عدم الانتباه إلى تغيير إشارة المتباينة عند القسمة على عدد سالب	- أ س> ب ← س>-ج مثال: –2 س> 18 ← س>-9	**	%35.8
خطأ في التحليل إلى العوامل الأولية				
19	خطأ في تحليل الفرق بين مربعين.	س^2– ص^2 =(س+ص)^2-(س– ص)^2 مثال: إذا كان س+ ص=6، س- ص=5، فان القيمة العددية للمقدار س2– ص2 =11	%21.3	*
7		العوامل الأولية للمقدار أ^2- ب^2 ص^2 هي (أ- ب) ص^2 مثال: العوامل الأولية للمقدار 16- 9 ص^2 هي 7 ص^2	%20.8	*
27	استدعاء خاطئ لمفكوك الفرق بين مكعبين	س^3-ع^3 = س– ع مثال: س^3-8ع^3 = س–2ع	**	%31
34	استدعاء خاطئ لمفكوك مجموع مكعبين	2 أ^3 + 2 ب^3 = 2 (أ+ ب) مثال: 2س^3 +128 = 2 (س + 4)	**	%32.6
خطأ في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد				
36	خطأ في إيجاد الجذر الموجب وإهمال الجذر السالب للعدد.	**ص^2 =أ^2 ← ص= أ** **مثال:** ص^2 =25 ← ص= 5	**	%77.1

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
50	استدعاء خاطئ للقانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد	خطأ في كتابة القانون العام $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$	**	%23.4
أخطاء تتعلق بجذور المعادلة التربيعية بمتغير واحد				
39	خطأ في تحديد عدد الجذور الحقيقية عند معرفة إشارة المميز.	يوجد للمعادلة التربيعية التي مميزها عدد سالباً جذران حقيقيان مختلفان	**	%20.2
النوع الثالث: الأخطاء الإجرائية				
خطأ في عدم إكمال الحل				
47	إيجاد قيمة متغير عند حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين ولا يجد قيمة المتغير الثاني.	مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام الحذف: س+ص= 5 3س– ص= 3 هي س=2	**	%25.7
48		مجموعة حل المعادلتين الآتيتين باستخدام التعويض: 2 س+3 ص= 20 2 س=7 ص هي س= 2	**	%24.1
32	الخوارزمية صحيحة ولكن لن يتم التوصل للهدف	مجموعة حل المعادلة أس2– أس= صفر هي س=1 مثال: مجموعة حل المعادلة $س^2$– س = صفر هي س=1	**	%43.8
خطأ في طرح المقادير الجبرية				
15	خطأ في طرح حدّين جبريين متشابهين بقلب خوارزمية الطرح.	أ س – ب س = (أ- ب) س، أ > ب مثال:3 س– 6 س=3 س	%23.4	%20.6
خطأ في العمليات على الكسور الجبرية				
8	خطأ في ضرب الكسور الجبرية، بقلب خوارزمية الضرب إلى خاصية الضرب التبادلي	$\frac{س}{أ} \times \frac{ص}{ب} = أ س+ب ص$ مثال: $\frac{س}{5} \times \frac{ص}{5} = 5س+5ص$	%20.5	%20.4

رقم السؤال	وصف الخطأ الشائع	الخطأ الشائع بالرموز مع مثال	النسبة المئوية	
			الصف الثامن	الصف العاشر
خطأ في حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد				
33	الخلط بين التحليل إلى العوامل وحل المعادلات التربيعية بمتغير	$س^{-2}$ 11 س+ 30 = صفر (س– 6) (س– 5)	**	%23.9
41	خطأ في حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام طريقة إكمال المربع.	عدم وضع الثابت في طرف من المعادلة وليكن الأيسر عند إكمال المربع.	**	%24.3
50	التعويض بصورة خاطئة في القانون العام	كأن يعوض قيمة معامل $س^2$ بدل قيمة معامل س.	**	%23.4
49	خطأ في حل المعادلة التربيعية المكتوبة بصورة حاصل ضرب عاملين.	مجموعة حل المعادلة التربيعية (س+5) (س-3) = صفر. مجموعة الحل {5، -3}	**	%23.8
خطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية				
9	خطأ في ترجمة المسائل الكلامية إلى معادلات جبرية.	المعادلة التي تمثل الجملة التالية: عدد الطلبة ستة أضعاف عدد المعلمين حيث ترمز س لعدد المعلمين، وترمز ص لعدد الطلبة هي 6 س ص	%24	%23.3
النوع الرابع: الأخطاء العشوائية				
12	خطأ في اعتبار المقدار مكتوب بأبسط صورة	المقدار $2س+11س^2$ مكتوب بأبسط صورة	*	%21.5
20	عدم إكمال الخوارزمية رغم صحة الحل.	**القيمة العددية للعبارة أ س– ب، عندما س= د ⟵ أ× د– ب** **مثال:** القيمة العددية للعبارة 3 س – 15، عندما س= 5 ⟵ 3×5– 15	%20.1	*

* نسبة الأخطاء تقل عن 20%.

** لم يتقدم طلبة الصف الثامن لهذا السؤال.

الملحق 4- د): النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصفين العاشر والثامن في الاختبار (أ) والمقابلة

رقم السؤال	استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية	النسبة المئوية للثبات	
		الصف الثامن	الصف العاشر
1	توزيع عملية الضرب على الجمع يتم بضرب أحد الحدود في المقدار الجبري.	%77.8	*
2	تحديد المعنى الجبري لتمثيل هندسي خاص بالمساحة يتم بإحدى طريقتين إما بضرب الأعداد وإهمال المتغيرات أو ضرب الأعداد والمتغيرات.	%80	%87.5
3	طرح مقدارين جبريين يتم بطرح الحدّ الأول في المقدار الجبري الثاني من المقدار الأول.	%80	*
	ضرب مقدارين جبريين كطرحهما.	%87.5	%90
4	مفكوك مربع حدّ جبري هو مربع العدد أو المتغير.	%50	%66.7
5	ناتج جمع حدّين جبريين متشابهين يتم بأخذ أحد الحدود وجمع الأسس.	%60	%85.7
6	الجذر التربيعي لحدّ جبري هو جذر العدد أو جذر المتغير.	%50	%66.7
8	ضرب الكسور الجبرية يتم باستخدام خاصية الضرب التبادلي.	%66.7	%80
14	معنى إشارة التساوي هي طلب إجراء عملية	%100	*
	تعدد الاستراتيجيات المستخدمة في إيجاد مفكوك الفرق بين مربعين:		
7	طرح معاملات الحدّين الجبريين ووضع المتغيرات أي باستخدام القاعدة أ $س^2$– ب $ص^2$ = (أ– ب) $س^2ص^2$	%75	*
19	الاعتماد على القانون التالي $س^2$–$ص^2$ = (س– ص)^2– (س+ص)^2	%80	*
9	استخدام الترجمة التركيبية بتحويل الكلمات لمعادلات جبرية، وذلك بتبديل الكلمات المفتاحية برموز رياضية مناظرة لها.	%66.7	%75
10	ناتج جمع حدّين جبريين غير متشابهين يتم بجمع الأعداد وضرب المتغيرات	%100	%80
12	جمع الحدود الجبرية المتشابهة يتم بجمع الأعداد وأخذ أكبر أسّ للمتغيرين.	%75	%80
13	ناتج جمع أي حدّين جبريين يجب أن يعطي ناتجاً وحيداً مثل الحساب.	%100	%75
15	طرح حدّين جبريين متشابهين يتم بطرح معامل الحد الأصغر من معامل الحد الأكبر بغض النظر عن قيمته.	%75	%60
16	ناتج ضرب حدّين جبريين يتم بضرب الأسس إذا تساوت الأساسات.	%66.7	*
18	العامل المشترك الأكبر هو نفس المضاعف المشترك الأصغر لمقادير جبرية.	%100	*

رقم السؤال	استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية	**النسبة المئوية للثبات**	
		الصف الثامن	الصف العاشر
20	القيمة العددية لمقدار جبري ليست بحاجة لتبسيط عند التعبير عنها	%100	*
21	ضرب مقدارين جبريين يتم بضرب كل حدّ في المقدار الأول بنظيره في المقدار الثاني.	%66.7	*
	المتوسط الحسابي النسب المئوية للثبات	%77.9	%77

* نسبة الأخطاء الشائعة في اختبار المفاهيم الجبرية الأساسية تقل عن 20%.

الملحق 4-هـ): النسب المئوية لثبات استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية لدى طلبة الصف العاشر في الجزء الثاني من الاختبار (ب) والمقابلة

رقم السؤال	استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية	% للثبات
23	الاعتقاد بأن مفكوك مربع مجموع حدّين يتم بتوزيع القوة على كل من الحدّين.	%75
24	الاعتقاد بأن الاختزال عند تبسيط الكسور الجبرية يتم بإحدى الطرق التالية ب س + ب / ب = ب س أو س أو س+ ب أو ب س+1	%90
25	الاعتقاد بأن جمع كسرين جبريين يتم بجمع البسطين كذلك المقامين	80%
26	الاعتقاد بأن جعل أحد المتغيرات موضوعاً للقانون يتم باستخدام النظير الجمعي	%77.8
27	الاعتقاد بأن الفرق بين مكعبين يحلل إلى العوامل الأولية بالاعتماد على القانون التالي $س^3-ص^3=$ (س-ص)	%66.7
28	الاعتقاد بأن قسمة حدّين جبريين متشابهين تتم بأخذ أحد الحدود وقسمة أسسهما.	%60
29	الاعتقاد بأن الجذر التربيعي لمجموع مربعين يتم بإيجاد الجذر التربيعي للحدّين	%70
31	الاعتقاد بأن إيجاد الجذر التربيعي لحدّ جبري يتم بإيجاد جذر العدد أو جذر المتغير (وليس بالضرورة لكليهما).	%80
32	الاعتقاد بأنه لإيجاد جذور المعادلة التربيعية يعتمد على النظير الجمعي والنظير الضربي	%80
33	الاعتقاد بعدم وجود فرق بين حل المعادلة التربيعية بمتغير وتحليلها إلى العوامل الأولية	%60
34	الاعتقاد بأن مجموع مكعبين يحلل إلى العوامل الأولية بالاعتماد على القانون التالي $س^3+ص^3 =$ (س+ ص)	%80
35	الاعتقاد بأنه إذا قسم طرفا المتباينة على عدد سالب فإن إشارة المتباينة لا تتغير.	%87.5
36	الاعتقاد بأن مجموعة حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد المكتوبة على الصورة $س^2 = ب^2$ هي { ب}.	%87.5
37	الاعتقاد بعدم وجود فرق بين الإشارتين ≥، > في تحديد أكبر عدد يحقق المتباينة.	%100
38	الاعتقاد بأن المضاعف المشترك الأصغر هو نفس العامل المشترك الأكبر لمقادير جبرية.	%100
39	الاعتقاد بأن للمعادلة التربيعية التي مميزها عدد سالب جذرين حقيقيين مختلفين.	%100

رقم السؤال	استراتيجيات الحل المصاحبة لأخطاء شائعة في المفاهيم الجبرية الأساسية	% للثبات
40	الاعتقاد بأن مجموع جذري المعادلة التربيعية بمتغير واحد يساوي حاصل ضربهما.	%100
41	الاعتقاد بأنه عند حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد باستخدام إكمال المربع لا يهم وضع الثابت في أي طرف من المعادلة.	%75
42	الاعتقاد بأن اختصار الكسور الجبرية يتم اختصار الحدّ المشترك من البسط والمقام.	%88.9
43	الاعتقاد بعدم وجود فرق عند حل المعادلة الخطية بمتغير بين استخدام النظير الجمعي والنظير الضربي	%80
44	الاعتقاد بأنه يمكن تحليل مجموع كسرين جبريين بجمع البسطين وكذلك المقامين مع إهمال المقام إذا كان يساوي 1	%90
45	الاعتقاد بأن العبارة الأولية تحلل.	%100
	الاعتقاد بأن حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين يتم بإيجاد قيمة متغير واحد باستخدام طريقتين هما:	
47	طريقة الحذف.	%87.5
48	طريقة التعويض.	%90
49	الاعتقاد بأن مجموعة حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد المكتوبة على صورة حاصل ضرب عاملين (س+أ) (س− ب) = صفر هي {أ،− ب}.	%100
50	الاعتقاد بتعدد صور القانون العام عند حل المعادلة التربيعية بمتغير واحد.	%100
	المتوسط الحسابي للنسب المئوية للثبات	**%85.8**